

BAB I

ALIRAN FLUIDA INTERNAL TAK MAMPU MAMPAT (*INCOMPRESSIBLE*)

Aliran fluida internal tak mampu mampat adalah aliran di dalam suatu laluan yang penampangnya berupa kurva tertutup dan massa jenis fluida sepanjang medan aliran adalah tetap, tidak berubah. Pembahasan aliran ini dibagi menjadi 2 berdasarkan pengaruh gesekan atau viskositasnya yaitu aliran tanpa gesekan dan yang bergesekan.

I. 1. ALIRAN TAK MAMPU MAMPAT TANPA GESEKAN (*INVISCID*)

Aliran tanpa gesekan adalah aliran fluida yang pengaruh gesekannya diabaikan atau pengaruh kekentalan (viskositas) fluida tidak mempengaruhi aliran fluida. Meskipun pada kenyataannya semua fluida mempunyai viskositas namun pada kondisi tertentu pengaruh viskositas tidak mempengaruhi sifat fluida sehingga dapat diabaikan. Persamaan dasar untuk pembahasan aliran ini adalah persamaan Bernoulli.

I.1.1. Persamaan Bernoulli

Persamaan momentum aliran fluida (*viscous & compressible*) dianalisa dengan mempergunakan persamaan Navier Stokes. Bila persamaan ini diterapkan pada aliran tanpa gesekan (*nonviscous / inviscid*) diperoleh persamaan Euler yaitu :

$$\rho g - \nabla p = \rho \frac{DV}{Dt} \quad (1.1)$$

dimana :

- ρ : massa jenis (kg/m^3)
- g : percepatan gravitasi ($9,8 \text{ m / dt}^2$)
- ∇p : gradien tekanan (N/m)
- $\frac{DV}{Dt}$: turunan total vektor kecepatan terhadap waktu

Dari persamaan Euler dan persamaan Hukum II Newton akan diperoleh persamaan Bernoulli dengan asumsi :

- aliran tunak (*steady*)
- aliran tak mampu mampat (*incompressible*)
- aliran tanpa gesekan (*inviscid/non viscous*)
- aliran menurut garis arus (sepanjang *streamline*)

$$\frac{p}{\rho} + gz + \frac{V^2}{2} = C \quad (1.2)$$

dimana :

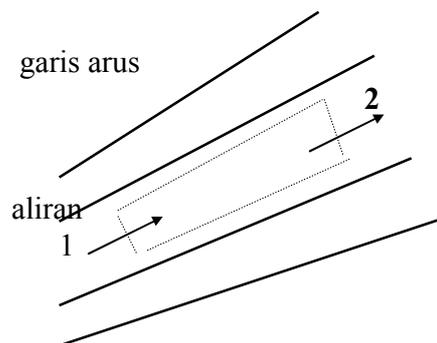
- p : tekanan fluida (Pa)
- z : perubahan ketinggian (m)
- V : kecepatan fluida (m/dt²)
- C : konstan/tetap

Persamaan Bernoulli dapat pula diturunkan dari Persamaan Energi dan Hukum Termodinamika I dengan kondisi khusus bahwa perubahan energi dalam fluida akan sama dengan perubahan energi panas persatuan massa fluida.

I.1.2. Penerapan Persamaan Bernoulli

Persamaan Bernoulli dapat diterapkan pada sembarang 2 (dua) penampang aliran fluida sepanjang garis arus (streamline) apabila masih sesuai dengan tiga asumsi lainnya, misalkan antara penampang 1 dan 2 persamaan Bernoulli menjadi :

$$\frac{p_1}{\rho} + gz_1 + \frac{V_1^2}{2} = \frac{p_2}{\rho} + gz_2 + \frac{V_2^2}{2}$$



Gambar 1.1. Aliran fluida pada penampang garis arus

Asumsi :

- aliran tunak
- aliran tak mampu mampat
- tidak ada pengaruh gesekan,
- $z_1 = z_2$

Kondisi di penampang 2, angka Mach-nya, $M = V/c = 50 / 340 = 0.147$
 Sehingga persamaan dasar Bernoulli akan menjadi :

$$p_1 - p_{atm} = p_1 - p_2 = \frac{\rho}{2} [V_2^2 - V_1^2]$$

Dari persamaan kontinuitas, maka $V_1 = V_2 \frac{A_2}{A_1} = 50 \frac{m}{dt} \times \frac{0,02 \text{ m}^2}{0,1 \text{ m}^2} = 10 \frac{m}{dt}$

Untuk kondisi standar, massa jenis udara, $\rho = 1,23 \text{ kg/m}^3$ maka :

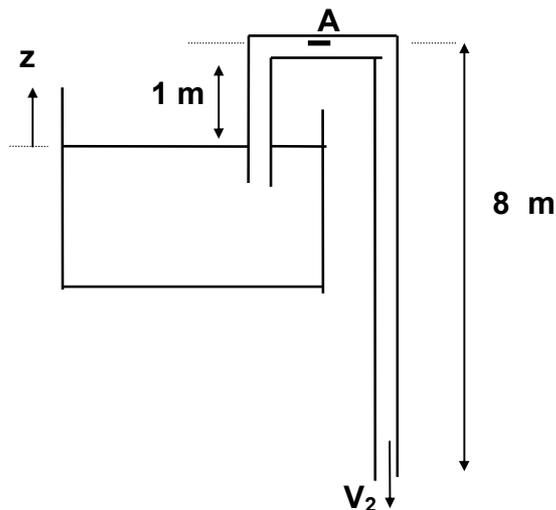
$$\begin{aligned} p_1 - p_{atm} &= \frac{1}{2} \times 1,23 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \left[(50)^2 \frac{\text{m}^2}{\text{dt}^2} - (10)^2 \frac{\text{m}^2}{\text{dt}^2} \right] \frac{\text{N} \cdot \text{dt}^2}{\text{kg} \cdot \text{m}} \\ &= 148 \text{ kPa (gage)} \end{aligned}$$

Contoh Soal 1.2.

Selang siphon dengan lengkungan 1 m diatas permukaan air tandon dan keluaran selang ke atmosfer berjarak 7 m dibawah permukaan air. Tentukan kecepatan air keluar selang dan tentukan tekanan absolut air pada lengkungan selang tersebut.

Penyelesaian :

Diketahui :



Ditanya : kecepatan air, V_2
tekanan di A, p_A

Jawab :

Persamaan dasar :

$$\frac{p_1}{\rho} + gz_1 + \frac{V_1^2}{2} = \frac{p_2}{\rho} + gz_2 + \frac{V_2^2}{2}$$

$$m_1 = m_2 \quad V_1 A_1 = V_2 A_2$$

Dari permasalahan bahwa penampang tandon $A_1 \gggg A_2$ maka $V_1 \approx 0$, $p_1 = p_2 = p_{atm}$ maka

$$gz_1 = \frac{V_2^2}{2} + gz_2$$

$$V_2^2 = 2g(z_1 - z_2)$$

$$V_2 = \sqrt{2g(z_1 - z_2)} = \sqrt{2 \times 9,8 \frac{\text{m}}{\text{dt}^2} \times 7\text{m}} = 117 \text{ m/ dt}$$

Untuk menentukan tekanan di A

$$\frac{P_1}{\rho} + gz_1 + \frac{V_1^2}{2} = \frac{P_A}{\rho} + gz_A + \frac{V_A^2}{2}$$

Sedangkan $V_1 \approx 0$, $V_A = V_2$ maka

$$P_A = P_1 + \rho g(z_1 - z_2) - \rho \frac{V_2^2}{2}$$

$$= 10 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \times 999 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 9,81 \frac{\text{m}}{\text{dt}^2} \times (-1\text{m}) - \frac{1}{2} \times 999 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times (117)^2 \frac{\text{m}^2}{\text{dt}^2} \times \frac{\text{N} \cdot \text{dt}^2}{\text{kg} \cdot \text{m}}$$

$$= 22,8 \text{ kPa (gage)}$$

I.1.3. Tekanan Statik, Tekanan Stagnasi dan Tekanan Dinamik

Tekanan statik atau tekanan thermodinamika pada persamaan Bernoulli adalah tekanan fluida yang diukur oleh alat yang bergerak bersama dengan fluida. Kondisi ini sangat sulit diwujudkan. Namun dengan kenyataan bahwa tidak ada variasi tekanan

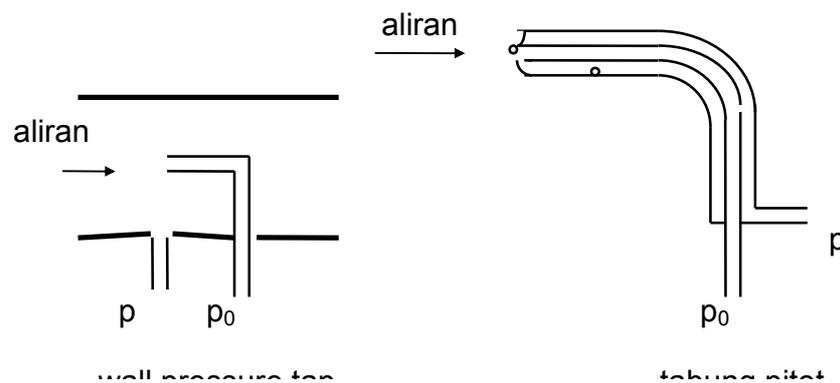
pada arah penampang tegak lurus aliran, maka tekanan statik dapat diukur dengan membuat lubang kecil pada dinding aliran sedemikian rupa sehingga sumbuinya tegak lurus dinding aliran (wall pressure tap). Cara lain adalah dengan memasang probe atau tabung pitot pada aliran fluida jauh dari dinding aliran (gambar 1.2.). Pengukuran tekanan statis dilakukan oleh lubang kecil dibagian bawah dinding tabung.

Tekanan Stagnasi adalah tekanan fluida yang diukur pada aliran fluida yang diperlambat sampai diam, $V = 0$ dengan kondisi aliran tanpa gesekan. Pengukuran tekanan stagnasi pada tabung pitot diukur oleh lubang kecil di mulut tabung yang akan tepat tegak lurus terhadap garis arus dari aliran. Untuk aliran tak mampu mampat dapat diterapkan persamaan Bernoulli pada kondisi tanpa perubahan ketinggian :

Jika p adalah tekanan statik pada penampang dengan kecepatan fluida adalah V dan p_0 adalah tekanan stagnasi dimana kecepatan stagnasi aliran fluida V_0 adalah 0, maka dapat dihitung :

$$\begin{aligned} \frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} &= C \\ \frac{p_0}{\rho} + \frac{V_0^2}{2} &= \frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} \\ p_0 &= p + \rho \frac{V^2}{2} \end{aligned} \quad (1.3.)$$

Suku kedua, $\rho V^2/2$ adalah tekanan dinamik yaitu tekanan akibat kecepatan fluida



Gambar 1.2. Wall pressure tap dan tabung pitot

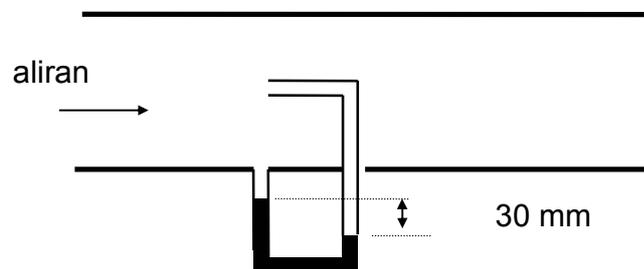
Dari persamaan (1.3) maka pengukuran tekanan statis dan tekanan stagnasi dengan tabung pitot dapat juga sekaligus mengukur tekanan dinamisnya. Penerapan yang lain dari persamaan ini adalah perubahan tekanan dinamis menjadi kecepatan fluida dengan kondisi aliran tak mampu mampat. Dengan demikian tabung pitot dapat juga dipergunakan sebagai alat ukur kapasitas aliran (Bab 4).

Contoh Soal 1.3.

Sebuah tabung pitot dipasang pada aliran udara untuk mengukur kecepatan aliran udara. Tabung dipasang untuk mengukur tekanan stagnasi yang akan dinyatakan dalam perbedaan ketinggian fluida dalam manometer. Bila perbedaan ketinggian air raksa dalam manometer adalah 30 mm, tentukan kecepatan aliran udara tersebut.

Penyelesaian :

Diketahui :



$$\text{Persamaan dasar : } \frac{p_0}{\rho} + \frac{V_0^2}{2} = \frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2}$$

$$\frac{p_0}{\rho} = \frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2}$$

$$V = \sqrt{\frac{2(p_0 - p)}{\rho_{\text{udara}}}}$$

Sedangkan menurut persamaan fluida statis pada air raksa maka:

$$p_0 - p = \rho_{\text{HG}} g h = (SG_{\text{HG}}) \rho_{\text{H}_2\text{O}} g h$$

$$\begin{aligned}
 V &= \sqrt{\frac{2(SG_{HG})\rho_{H_2O}gh}{\rho_{udara}}} \\
 &= \sqrt{\frac{2 \times 13,6 \times \frac{1000 \text{ kg}}{\text{m}^3} \times \frac{9,8 \text{ m}}{\text{dt}^2} \times 30 \text{ mm} \times \frac{\text{m}}{1000 \text{ mm}} \times \frac{\text{m}^3}{123 \text{ kg}}}{}} \\
 &= 80,8 \text{ m/ dt}
 \end{aligned}$$

I.2. ALIRAN TAK MAMPU MAMPAT BERGESEKAN (VISCOUS)

I.2.1. Perubahan tekanan fluida pada sistem aliran

Perubahan tekanan dalam aliran fluida terjadi karena adanya perubahan ketinggian, perubahan kecepatan akibat perubahan penampang dan gesekan fluida. Pada aliran tanpa gesekan perubahan tekanan dapat dianalisa dengan persamaan Bernoulli yang memperhitungkan perubahan tekanan ke dalam perubahan ketinggian dan perubahan kecepatan. Sehingga perhatian utama dalam menganalisa kondisi aliran nyata adalah pengaruh dari gesekan. Gesekan akan menimbulkan penurunan tekanan atau kehilangan tekanan dibandingkan dengan aliran tanpa gesekan. Berdasarkan lokasi timbulnya kehilangan, secara umum kehilangan tekanan akibat gesekan atau kerugian ini dapat digolongkan menjadi 2 yaitu: kerugian mayor dan kerugian minor.

Kerugian mayor adalah kehilangan tekanan akibat gesekan aliran fluida pada sistem aliran penampang tetap atau konstan. Kerugian mayor ini terjadi pada sebagian besar penampang sistem aliran makanya dipergunakan istilah ‘mayor’. Sedangkan kerugian minor adalah kehilangan tekanan akibat gesekan yang terjadi pada katup-katup, sambungan T, sambungan L dan pada penampang yang tidak konstan. Kerugian minor meliputi sebagian kecil penampang sistem aliran, sehingga dipergunakan istilah ‘minor’. Kerugian ini untuk selanjutnya akan disebutkan sebagai *head loss*.

I.2.2. Perhitungan Head Loss

Istilah Head Loss muncul sejak diawalinya percobaan-percobaan hidrolika abad ke sembilan belas, yang sama dengan energi persatuan berat fluida. Namun

perlu diingat bahwa arti fisik dari head loss adalah kehilangan energi mekanik persatuan massa fluida. Sehingga satuan head loss adalah satuan panjang yang setara dengan

satu satuan energi yang dibutuhkan untuk memindahkan satu satuan massa fluida etinggi satu satuan panjang yang bersesuaian. Istilah Head juga akan dibahas kembali pada pembahasan mesin fluida pada Bab 3, yaitu pembahasan head pompa.

2.a. Perhitungan Head loss mayor

Dengan mempergunakan persamaan keseimbangan energi dan asumsi aliran berkembang penuh (*fully developed*) sehingga koefisien energi kinetik $\alpha_1 = \alpha_2$ dan penampang konstan maka :

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho} = g(z_2 - z_1) + h_f \quad (1.4)$$

di mana :

h_f : head loss mayor

Jika pipa horisontal, maka $z_2 = z_1$, maka :

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho} = h_f \quad \text{atau} \quad \Delta p / \rho = h_f$$

Jadi head loss mayor dapat dinyatakan sebagai kerugian tekanan aliran fluida berkembang penuh melalui pipa penampang konstan.

Untuk aliran laminar, berkembang penuh, pada pipa horisontal, penurunan tekanan dapat dihitung secara analitis, diperoleh :

$$\Delta p = \frac{28 \mu L Q}{\pi D^4} = \frac{28 \mu L V (\pi D^2 / 4)}{\pi D^4} = 32 \frac{L}{D} \frac{\mu V}{D} \quad (1.5)$$

dimana :

μ : kekentalan atau viskositas fluida

sehingga dengan memasukkan konsep angka Reynold maka head loss menjadi :

$$h_f = 32 \frac{L}{D} \frac{\mu}{\rho} \frac{V}{D} = \frac{L}{D} \frac{V^2}{2} \left(64 \frac{\mu}{\rho V D} \right) = \left(\frac{64}{Re} \right) \frac{L}{D} \frac{V^2}{2} \quad (1.6)$$

Contoh Soal 1.4.

Sebuah viskometer atau alat pengukur viskositas fluida dapat dibuat dari pipa kapiler. Jika panjang dan diameter pipa kapiler diketahui dan diukur pula laju aliran dan penurunan tekanan maka viskositas dapat dihitung. Pada test sebuah viskometer, tentukan viskositas fluida bila diperoleh data sebagai berikut :

Laju aliran : $880 \text{ mm}^3/\text{dt}$

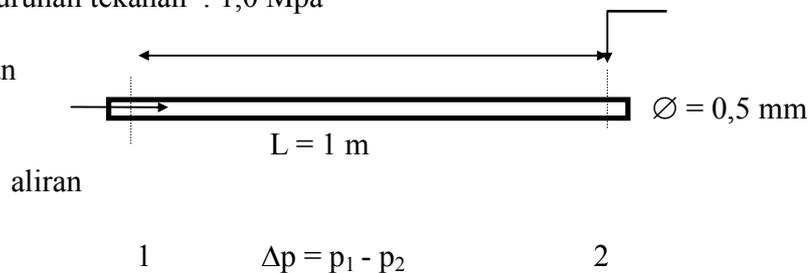
Diameter pipa : $0,5 \text{ mm}$

Panjang pipa : 1 m

Penurunan tekanan : $1,0 \text{ Mpa}$

Penyelesaian

Diketahui :



Ditanya : μ , viskositas ?

Jawab :

Persamaan dasar :

$$\Delta P = \frac{128 \mu L Q}{\pi D^4}$$

$$\mu = \frac{\pi \Delta p D^4}{128 L Q} = \frac{\pi}{128} \times \frac{1 \times 10^6 \text{ N}}{\text{m}^2} \times \frac{(0,5)^4 \text{ mm}^4}{880 \text{ mm}^3} \times \frac{\text{dt}}{1 \text{ m}} \times \frac{1}{10^3 \text{ mm}}$$

$$= 1,74 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{dt} / \text{m}^2$$

Untuk aliran turbulen, penurunan tekanan tidak dapat dihitung secara analitis karena pengaruh turbulensi yang menimbulkan perubahan keacakan sifat fluida. Perubahan sifat fluida yang acak tersebut belum dapat didekati dengan fungsi matematis yang ada saat ini. Perhitungan head loss didasarkan pada hasil percobaan dan analisa dimensi. Penurunan tekanan untuk aliran turbulen adalah fungsi dari

angka Reynold, Re , perbandingan panjang dan diameter pipa, L/D serta kekasaran relatif pipa, e/D .

Head loss mayor dihitung dari persamaan Darcy-Weisbach :

$$h_1 = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2} \quad (1.7)$$

dimana :

f : koefisien gesek

Dengan menggunakan hasil percobaan dari L.F. Moody yang memperkenalkan Diagram Moody, yaitu diagram koefisien gesek fungsi angka Reynold dan kekasaran relatif pipa. Diagram Moody ditampilkan pada Lampiran A Nilai kekasaran relatif pipa merupakan fungsi diameter pipa dan bahan pipa dapat ditentukan secara empiris dari grafik pada gambar 1.3.

Gmb.1.3. Kekasaran relatif fungsi diameter dan bahan pipa

Dengan membandingkan persamaan 1.6 dengan persamaan 1.7, maka untuk aliran laminer nilai koefisien gesek hanya fungsi angka Reynold, tidak dipengaruhi oleh kekasaran permukaan pipa. Namun dengan semakin tingginya angka Reynold koefisien gesekan hanya merupakan fungsi dari kekasaran relatif saja. Pada kondisi ini medan aliran dikatakan mencapai kekasaran penuh.

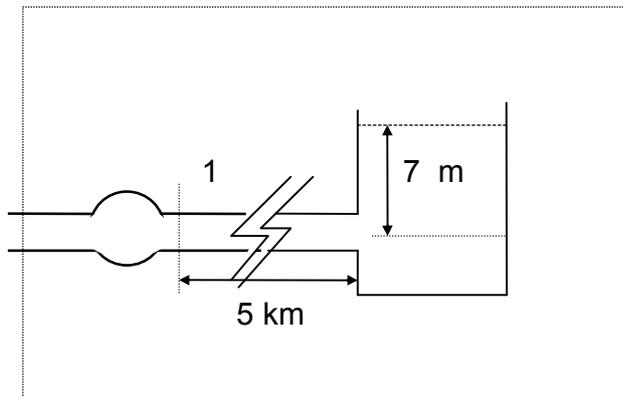
Mengingat perhitungan head loss adalah perhitungan yang cukup panjang dan kenyataan aplikasi program komputer telah digunakan pada perencanaan suatu sistem perpipaan maka dibutuhkan persamaan matematika untuk menentukan koefisien gesek sebagai fungsi dari angka Reynold dan kekasaran relatif. Salah satunya adalah persamaan Blasius yang dapat digunakan pada aliran turbulen, pipa halus dengan angka Reynold, $Re < 10^5$ yaitu :

$$f = \frac{0,3164}{Re^{0,25}}$$

Contoh Soal 1.5.

Air dipompa melalui pipa diameter 0,25 m sepanjang 5 km dari discharge pompa menuju tandon terbuka. Apabila ketinggian air di tandon 7 m di atas discharge pompa dan kecepatan air rata-rata di dalam pipa adalah 3 m/dt maka tentukanlah tekanan pada discharge pompa tersebut.

Penyelesaian :
 Ditentukan :



Ditanya : Tekanan pada discharge pompa, p_1

Jawab :

Persamaan dasar :

$$\left(\frac{p_1}{\rho} + gz_1 + \frac{V_1^2}{2} \right) - \left(\frac{p_2}{\rho} + gz_2 + \frac{V_2^2}{2} \right) = h_{it} = h_l + h_{lm}$$

$$h_l = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2} \quad \text{dan} \quad h_{lm} = K \frac{V^2}{2}$$

Dengan kondisi head loss minor diabaikan dan $V_2 \approx 0$ maka persamaan menjadi

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho} = g(z_2 - z_1) + f \frac{L}{D} \frac{V_1^2}{2} - \frac{V_1^2}{2}$$

$$p_1 - p_2 = \rho \left[g(z_2 - z_1) + \frac{V_1^2}{2} \left(f \frac{L}{D} + 1 \right) \right]$$

Nilai f dapat ditentukan dengan mengacu kepada diagram Moody dan diagram kekasaran relatif. Dari gmb 1.3. dengan asumsi pipa baja komersial diameter sekitar 10 inchi, maka kekasaran relatif, e/D adalah 0,00018. Angka Reynold dihitung dengan viskositas air, $\mu = 1 \times 10^{-3} \text{ kg/m}\cdot\text{dt}$, massa jenis air, $\rho = 999 \text{ kg/m}^3$ maka angka Reynold, $Re \approx 7,5 \times 10^5$ maka nilai f adalah sekitar 0,015. Sedangkan tandon terbuka berarti $p_2 = 1 \text{ atm}$ dan $z_2 - z_1 = 7 \text{ m}$ serta $\rho_{\text{air}} = 999 \text{ kg/m}^3$ maka

$$p_1 - 1 \text{ atm} = \frac{999 \text{ kg}}{\text{m}^3} \times \left[\frac{9,8 \text{ m}}{\text{dt}^2} \times 7 \text{ m} + \frac{1}{2} \left(\frac{3^2 \text{ m}^2}{\text{dt}^2} \right) \times \left(0,015 \times \frac{5 \text{ km}}{0,25 \text{ m}} \times \frac{10^3 \text{ m}}{\text{km}} + 1 \right) \right]$$

$$p_{1(gage)} = 1,42 \text{ MPa}$$

2.b. Perhitungan Head loss minor

Head loss minor dapat dihitung secara empiris dari persamaan

$$h_{lm} = K \frac{V^2}{2} \tag{1.7}$$

dimana :

K: koefisien head loss minor,

Nilai K tergantung pada jenis komponen sistem aliran. Untuk sambungan penampang berubah nilai K merupakan fungsi aspek rasio. Aspek rasio adalah perbandingan

penampang yang lebih kecil dengan penampang yang lebih besar. Salah satu data untuk perubahan penampang ditampilkan pada gambar 1.4. Sedangkan untuk kondisi masukan yang berbeda, nilai koefisien minor lossesnya juga ditampilkan pada gambar 1.4.

Gmb. 1.4. Koefisien minor losses untuk kondisi masukan dan penampang berubah

Sambungan dipasang pada sistem perpipaan dengan ulir atau sambungan flens. Ulir umumnya dipakai pada sambungan pipa diameter yang kecil sedangkan untuk diameter yang besar, sambungan pipa mempergunakan flens dengan mur dan baut atau yang dilas. Pemilihan sambungan sangat dipengaruhi oleh jenis fluida, beracun atau tidak, tekanan dan suhu kerja dari sistem dan faktor keamanan yang diharapkan.

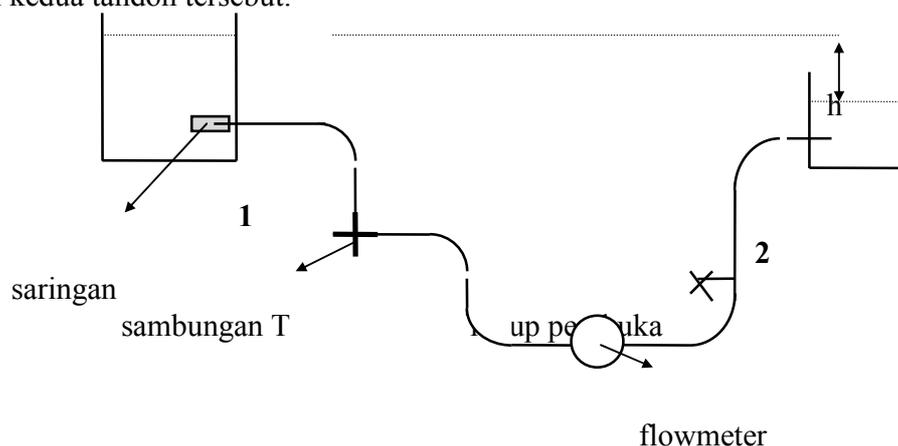
Istilah minor, tidak berkonotasi dengan kecilnya nilai losses, namun pada lokasi timbulnya losses tersebut. Pada kasus tertentu head loss minor nilainya lebih besar dari pada head loss mayor

Contoh Soal 1.6.

Sistem aliran air dari tandon 1 ke tandon 2 yang terbuka ke atmosfer adalah seperti skema dibawah. Panjang total dari pipa penampang seragam adalah 50 m diameternya, 0,05 m. Koefisien minor lossesnya, K adalah sebagai berikut :

saringan	: 8
belokan	: 0,5
sambungan T	: 0,7
pengukur aliran (<i>flowmeter</i>)	: 6
katup pembuka.	: 1

Jika kecepatan air dalam pipa rata-rata adalah 1,5 m/dt, tentukan perbedaan ketinggian kedua tandon tersebut.



Penyelesaian :

Ditentukan : Sistem aliran air seperti skema dengan jumlah belokan 5, sebuah saringan, sebuah sambungan T, sebuah pengukur aliran dan sebuah katup pembuka.

Ditanya : perbedaan ketinggian tandon, h

Jawab :

Persamaan dasar

$$\left(\frac{p_1}{\rho} + gz_1 + \frac{V_1^2}{2} \right) - \left(\frac{p_2}{\rho} + gz_2 + \frac{V_2^2}{2} \right) = h_{it} = h_l + h_{lm}$$

$$h_l = f \frac{L V^2}{D 2} \quad \text{dan} \quad h_{lm} = K \frac{V^2}{2}$$

asumsi :

- aliran tunak
- aliran tak mampu mampat
- headloss karena kondisi masukan diabaikan

Tandon semua terbuka ke atmosfer, berarti $p_1 = p_2$, $V_1 \approx 0$, krn penampang tandon jauh lebih besar dari penampang pipa, $z_1 - z_2 = h$ maka persamaan di atas menjadi :

$$g(z_1 - z_2) = f \frac{L V_2^2}{D 2} + K \frac{V_2^2}{2} - \frac{V_2^2}{2}$$

$$h = \frac{V_2^2}{2g} \left(f \frac{L}{D} + K - 1 \right)$$

Menentukan nilai f dari diagram Moody dengan menghitung angka Reynold dan menentukan kekasaran relatif pipa.

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{999 \text{ kg/m}^3 \times 1,5 \text{ m/dt} \times 0,05 \text{ m}}{1 \times 10^{-3} \text{ kg/m.dt}} = 4,5 \times 10^4$$

Dari grafik pada gmb.1.3, diameter pipa ≈ 2 inchi dan bahan pipa diasumsikan beton dengan kekasaran, $e=0,003$, maka kekasaran relatif, $e/D \approx 0,02$. Dari diagram Moody nilai $f \approx 0,05$.

Sedangkan besarnya K adalah jumlah dari K untuk semua komponen, jadi

$$\begin{aligned} K &= K_{\text{saringan}} + 5xK_{\text{belokan}} + K_{\text{sambungan T}} + K_{\text{katup}} + K_{\text{flowmeter}} \\ &= 8 + 5 \times 0,5 + 0,7 + 1 + 3 \\ &= 14,7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h &= \frac{(1,5)^2 \text{ m}^2 / \text{dt}^2}{2 \times 9,8 \text{ m} / \text{dt}^2} \left[\left(0,05 \times \frac{30}{0,05} \right) + 14,7 - 1 \right] \\ &= 5 \text{ m} \end{aligned}$$

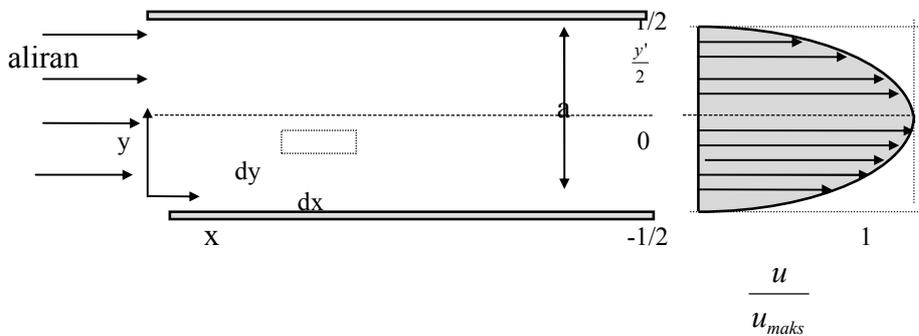
I.2.3. Distribusi Kecepatan, Tegangan Geser, Kapasitas Aliran

Aliran fluida tak mampu mampat dan bergesekan akan menimbulkan perubahan kecepatan pada penampang sistem aliran. Perubahan vektor kecepatan aliran ini dapat dinyatakan dalam suatu persamaan matematika yang dapat digambarkan dalam bentuk distribusi kecepatan.

Perubahan kecepatan akibat adanya pengaruh gesekan akan menimbulkan perubahan tegangan geser sepanjang aliran. Perubahan tegangan geser juga dapat dinyatakan dalam sebuah persamaan matematika yang dapat digambarkan dalam bentuk distribusi tegangan geser.

Persamaan matematika untuk distribusi kecepatan diperoleh dengan menganalisa partikel aliran pada suatu kontrol volume diferensial. Dengan menerapkan persamaan hukum II Newton untuk menentukan total gaya pada semua bidang, dan menggabungkan dengan persamaan deformasi linier fluida (telah dibahas pada buku Mekanika Fluida Dasar) akan diperoleh persamaan distribusi kecepatan dan distribusi tegangan geser. Sedangkan persamaan kapasitas aliran diperoleh dari integrasi persamaan kecepatan pada luas penampang total.

A. Aliran diantara dua buah plat datar



Gmb.1.5. Aliran antara dua plat datar

Untuk memperoleh persamaan distribusi kecepatan, dibuat kontrol volume diferensial seperti pada Gmb. 1.5. Distribusi kecepatan aliran diantara dua plat datar :

$$u = \frac{a^2}{2\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) \left[\left(\frac{y}{a} \right)^2 - \left(\frac{y}{a} \right) \right] \quad (1.9)$$

di mana :

u : kecepatan aliran searah sumbu x

a : jarak antara 2 plat

$\frac{\partial p}{\partial x}$: perubahan tekanan sepanjang sumbu x

Sedangkan persamaan distribusi tegangan gesernya adalah :

$$\tau_{yx} = a \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) \left[\frac{y}{a} - \frac{1}{2} \right] \quad (1.10)$$

dimana :

τ_{yx} : tegangan geser pada bidang y dengan gaya searah sumbu x

Kapasitas aliran atau laju volume aliran adalah :

$$Q = \int_A V \cdot dA$$

Untuk kedalaman aliran l pada arah sumbu z atau lebar plat l , maka :

$$\begin{aligned} Q &= \int_0^a ul \cdot dy \\ \frac{Q}{l} &= \int_0^a \frac{1}{2\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) (y^2 - ay) dy \\ \frac{Q}{l} &= -\frac{1}{12\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) a^3 \end{aligned} \quad (1.11)$$

Untuk aliran diatas plat datar, maka $\delta p / \delta x = 0$, sehingga

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{p_2 - p_1}{L} = \frac{-\Delta p}{L}$$

Maka kapasitas aliran sebagai fungsi penurunan tekanan adalah :

$$\frac{Q}{l} = -\frac{1}{12\mu} \left[\frac{-\Delta p}{L} \right] a^3 = \frac{a^3 \Delta p}{12\mu L} \quad (1.12)$$

Besarnya kecepatan rata-rata dapat ditentukan dari persamaan $Q = V.A$, dimana A dalam kasus ini adalah $l \times a$, maka :

$$V = \frac{Q}{A} = -\frac{1}{12\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) \frac{a^3 l}{al} = -\frac{1}{12\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) a^2 \quad (1.13)$$

Besarnya kecepatan maksimum dan lokasi terjadinya kecepatan maksimum juga dapat ditentukan. Profil kecepatannya digambarkan pada gmb 1.5. setelah koordinatnya ditransformasikan, dimana sumbu x berada pada pusat silinder. Kecepatan maksimum akan terjadi pada nilai diferensial pertama fungsi kecepatan sama dengan nol (0):

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad \text{yaitu pada } y = a/2$$

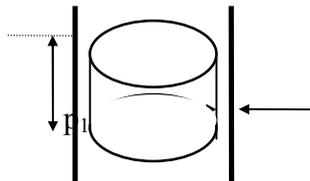
$$\text{dan } u_{\text{maksimum}} = -\frac{1}{8\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) a^2 = \frac{3}{2} V$$

(1.14)

Contoh Soal 1.7.

Sistim hidrolik dengan fluida adalah oli SAE 10W (SG = 0,92 dan $\mu = 0,018$ kg/m.dt) beroperasi pada tekanan 20 MPa (gage). Sistim hidrolik ini adalah sebuah katup pengendali, dengan komponennya adalah piston diameter 25 mm dipasang pada silinder. Jarak rata-rata celah antara piston dan silinder adalah 0,005 mm. Tentukan laju aliran oli dari celah antara piston dan silinder jika panjang piston 15 mm dan tekanan minimumnya adalah 1 MPa (gage).

Penyelesaian
Diketahui :



$L=15$ mm

$a = 0,005$ mm

$$p_2 = 1 \text{ MPa}$$

Ditanya : Laju aliran pada celah, Q

Jawab :

Persamaan dasar :

$$\frac{Q}{l} = \frac{a^3 \Delta p}{12 \mu L}$$

asumsi :

- aliran laminar
- aliran tunak
- aliran tak mampu mampat
- aliran berkembang penuh

Aliran oli diantara celah yang sangat sempit dapat dianggap sebagai aliran diantara dua plat datar dengan panjang plat sesuai dengan panjang piston dan lebar plat adalah panjang keliling dari piston.

$$L = 15 \text{ mm}$$

$$l = \pi D$$

$$\begin{aligned} Q &= \frac{a^3 \Delta p l}{12 \mu L} = \frac{a^3 \Delta p \pi D}{12 \mu L} \\ &= \frac{(0,005)^3 \text{ mm}^3}{12} \times \frac{(20-1) \times 10^6 \text{ N}}{\text{m}^2} \times \frac{\text{m} \cdot \text{dt}}{0,018 \text{ kg}} \times \frac{3,14 \times 25 \text{ mm}}{15 \text{ mm}} \times \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{N} \cdot \text{dt}} \\ &= 57,6 \text{ mm / dt} \end{aligned}$$

Untuk meyakinkan penggunaan asumsi aliran laminar, dapat dihitung angka Reynold aliran yaitu :

.....

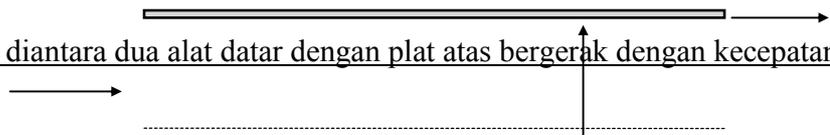
$$Re = \frac{\rho Va}{\mu} = \frac{SG \rho_{H_2O} V a}{\mu}$$

$$\begin{aligned}
 V &= \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\pi DA} \\
 &= \frac{57,6 \text{ mm}^3}{dt} \times \frac{1}{3,14} \times \frac{1}{25 \text{ mm}} \times \frac{1}{0,005 \text{ mm}} \times \frac{m}{10^3 \text{ mm}} \\
 &= 0,147 \text{ m/ dt}
 \end{aligned}$$

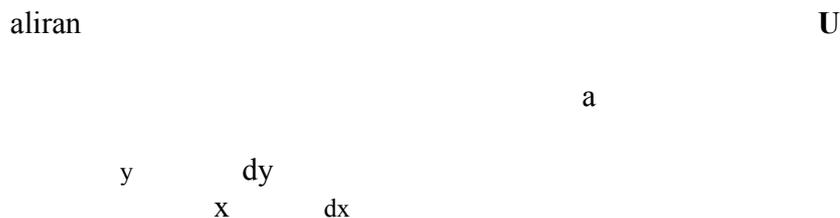
Sehingga

$$\begin{aligned}
 Re &= \frac{0,92}{m^3} \times \frac{999 \text{ kg}}{m^3} \times \frac{0,147 \text{ m}}{dt} \times \frac{0,005 \text{ mm}}{m} \times \frac{m \cdot dt}{0,018 \text{ kg}} \times \frac{m}{10^3 \text{ mm}} \\
 &= 0,0375 < 1400 \quad (\text{laminar})
 \end{aligned}$$

B. Aliran diantara dua alat datar dengan plat atas bergerak dengan kecepatan U



Kondisi aliran ini dapat ditemukan pada aliran pelumas bantalan luncur (journal bearing). Silinder dalam atau porosnya akan berputar di dalam silinder diam. Pada beban atau gaya yang rendah maka pusat silinder adalah tepat berhimpit pada satu titik, sehingga celahnya akan simetris. Apabila diiris satu sisi kemudian dibentangkan, maka kondisinya sama seperti aliran diantara dua plat datar dengan plat atas bergerak



Gmb.1.6. Aliran diantara dua plat, yang plat atas bergerak

Untuk aliran antara plat datar, dengan plat atas bergerak dengan kecepatan konstan U, maka distribusi kecepatan dianalisa dengan langkah yang sama seperti

pada aliran antara plat datar yang diam. Perbedaannya adalah pada penyelesaian integralnya yaitu dengan kondisi batas adalah :

$$\begin{aligned} u &= 0 \quad \text{pada} \quad y = 0 \\ u &= U \quad \text{pada} \quad y = a \end{aligned}$$

sehingga

$$u = \frac{Uy}{a} + \frac{a^2}{2\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) \left[\left(\frac{y}{a} \right)^2 - \left(\frac{y}{a} \right) \right] \quad (1.15)$$

Distribusi tegangan geser , $\tau_{yx} = \mu (du/dy)$, :

$$\tau_{yx} = \mu \frac{U}{a} + \frac{a^2}{2} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) \left[\frac{2y}{a^2} - \frac{1}{a} \right] = \mu \frac{U}{a} + a \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) \left[\frac{y}{a} - \frac{1}{2} \right] \quad (1.16)$$

Laju volume aliran :

$$\begin{aligned} Q &= \int_0^a ul \cdot dy \\ \frac{Q}{l} &= \int_0^a \frac{Uy}{a} + \frac{1}{2\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) (y^2 - ay) dy \\ \frac{Q}{l} &= \frac{Ua}{2} - \frac{1}{12\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) a^3 \end{aligned} \quad (1.17)$$

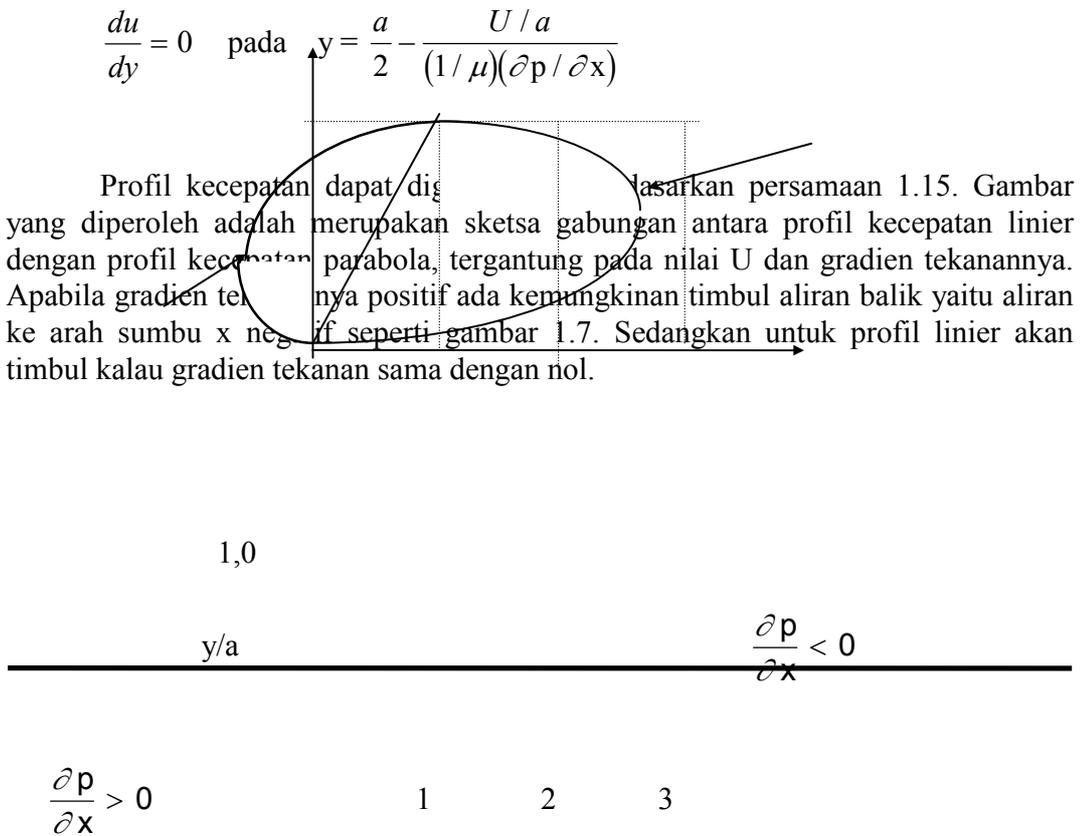
Kecepatan rata-rata aliran :

$$V = \frac{Q}{A} = l \left[\frac{Ua}{2} - \frac{1}{12\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) a^3 \right] / la = \frac{U}{2} - \frac{1}{12\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) a^2 \quad (1.18)$$

Kecepatan maksimum aliran dapat ditentukan dengan mendiferensialkan persamaan (1.15) menjadi :

$$\frac{du}{dy} = \frac{U}{a} + \frac{a^2}{2\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) \left[\frac{2y}{a^2} - \frac{1}{a} \right]$$

sehingga



Gmb. 1.7. Profil kecepatan untuk aliran laminar diantara 2 plat yang plat atas bergerak dengan kecepatan tetap

Contoh Soal 1.8.

Bantalan luncur dari sebuah poros engkol mobil, dilumasi dengan oli SAE 30 ($\mu = 9,6 \times 10^{-3} \text{ N}\cdot\text{dt}/\text{m}^2$). Diameter bantalan adalah 3 inchi dan jarak celah diameter adalah 0,0025 inchi, Bantalan berputar dengan kecepatan sudut, 3600 rpm. Panjangnya journal adalah 1,25 inchi. Bantalan dalam keadaan tanpa beban. Tentukan torsi untuk memutar journalnya dan energi panas yang terlepas dari proses ini.

Penyelesaian :

Diketahui :

$$a=0,0025/2$$

$$D=3''$$

$$\omega$$

Ditanya :

Jawab :

Persamaan dasar

$$\tau_{yx} = \mu \frac{U}{a} + a \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) \left[\frac{y}{a} - \frac{1}{2} \right]$$

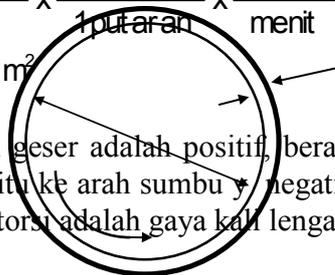
asumsi :

- aliran laminar
- aliran tunak
- aliran tak mampu mampat
- aliran seperti pada aliran 2 plat datar
- $p/\delta x = 0$ karena bantalan tanpa beban, aliran simetris

Sehingga

$$\begin{aligned} \tau_{yx} &= \mu \frac{U}{a} = \mu \frac{\omega R}{a} = \mu \frac{\omega D}{2a} \\ &= \frac{9,6 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{dt}}{\text{m}^2} \times \frac{3600 \text{ rpm}}{1 \text{ putaran}} \times \frac{2 \pi \text{ rad}}{\text{menit}} \times \frac{\text{menit}}{60 \text{ dt}} \times \frac{3 \text{ inchi}}{2 \times 0,0025 \text{ inchi}} \\ &= 4,34 \times 10^3 \text{ N} / \text{m}^2 \end{aligned}$$

Karena nilai tegangan geser adalah positif, berarti tegangan geser terjadi pada plat bagian atas ke kiri, yaitu ke arah sumbu y negatif. Total gaya geser adalah tegangan geser kali luasan dan torsi adalah gaya kali lengan sehingga :



$$\begin{aligned}
 T &= FR = \tau_{yx}AR = \tau_{yx} \pi DLR = \tau_{yx} \frac{\pi}{2} D^2 L \\
 &= \frac{\pi}{2} \times \frac{4,34 \times 10^3 \text{ N}}{\text{m}^2} \times \frac{(3)^2 \text{ in}^2}{\text{m}^2} \times 125 \text{ in} \times \frac{(0,0254)^3 \text{ m}^3}{\text{in}^3} \\
 &= 125 \text{ N.m}
 \end{aligned}$$

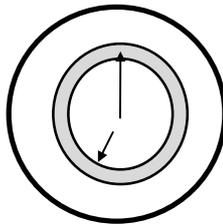
Energi panas yang dilepaskan oleh bantalan persatuan waktu atau daya yang keluar :

$$\begin{aligned}
 W &= FV = F U = FR \omega = T \omega \\
 &= 125 \text{ N.m} \times \frac{3600 \text{ put}}{\text{menit}} \times \frac{\text{menit}}{60 \text{ dt}} \times \frac{2\pi}{\text{rad}} \times \frac{\text{watt} \times \text{dt}}{\text{N.m}} \\
 &= 471 \text{ W}
 \end{aligned}$$

Untuk meyakinkan bahwa aliran adalah laminer, dapat dihitung dari angka Reynold

$$\begin{aligned}
 Re &= \frac{\rho Ua}{\mu} = \frac{SG \rho_{H_2O} Ua}{\mu} = \frac{SG \rho_{H_2O} \omega Ra}{\mu} \\
 &= \frac{0,92}{\text{m}^3} \times \frac{999 \text{ kg}}{\text{m}^3} \times \frac{3600 \times 2\pi \text{ rad}}{60 \text{ dt}} \times \frac{15 \text{ in} \times 0,0125 \text{ in}}{\text{m}^2} \times \frac{(0,0254)^2 \text{ m}^2}{\text{in}^2} \\
 &\quad \frac{\text{m}^2}{9,6 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{dt}} \times \frac{\text{N} \cdot \text{dt}^2}{\text{kg} \cdot \text{m}} \\
 &= 43,6
 \end{aligned}$$

Jadi aliran laminer karena $Re < 1500$



C. Aliran laminer dalam pipa

Aliran dalam pipa terhadap sumbu z tidak simetris sehingga diperlukan kontrol volume diferensial yang berbeda dibandingkan dengan kontrol volume pada aliran di antara plat datar. Bentuk kontrol volumenya adalah bentuk cincin dan dengan dua sumbu yaitu sumbu x dan sumbu r seperti gambar 1.8.



dr

Gmb. 1.8. Kontrol volume cincin untuk analisa aliran dalam pipa

Dengan menyelesaikan persamaan tegangan pada luasan permukaan dalam dan permukaan luar cincin maka akan diperoleh distribusi kecepatan terhadap sumbu r yaitu :

$$\begin{aligned}
 u &= \frac{r^2}{4 \mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) - \frac{R^2}{4 \mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) \\
 &= - \frac{R^2}{4 \mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]
 \end{aligned}
 \tag{1.19}$$

Distribusi tegangan geser

$$\tau_{rx} = \mu \frac{du}{dr} = \frac{r}{2} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)
 \tag{1.20}$$

Laju aliran volume adalah :

$$\begin{aligned}
 Q &= \int_A \overleftrightarrow{V} \cdot d\mathbf{A} = \int_0^R u 2\pi r \, dr \\
 Q &= \int_0^R \frac{1}{4 \mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) (r^2 - R^2) 2\pi r \, dr \\
 &= - \frac{\pi^4}{8 \mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)
 \end{aligned}
 \tag{1.21}$$

Untuk aliran berkembang penuh maka $(\delta p / \delta x)$ adalah tetap sehingga

$$(\delta p / \delta x) = (p_2 - p_1 / L) = - \Delta p / L$$

sehingga laju aliran volume fungsi penurunan tekanan adalah :

$$Q = -\frac{\pi R^4}{8\mu} \left(-\frac{\Delta p}{L} \right) = \frac{\pi \Delta p R^4}{8\mu L} \quad (1.22)$$

Kecepatan rata-rata :

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\pi R^2} = -\frac{R^2}{8\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) \quad (1.23)$$

Lokasi kecepatan maksimum diperoleh pada nilai $du/dr = 0$ yaitu :

$$\frac{du}{dr} = \frac{1}{2\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) r = 0 \quad \text{yaitu pada } r = 0$$

Pada $r = 0$ maka kecepatan maksimumnya adalah :

$$u = u_{\text{maks}} = U = -\frac{R^2}{4\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) = 2V \quad (1.24)$$

Profil kecepatan dapat dinyatakan sebagai fungsi kecepatan maksimum yaitu :

$$\frac{u}{U} = 1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \quad (1.25)$$

merupakan profil parabola

D. Aliran turbulen dalam pipa

Pada aliran turbulen tidak dapat diturunkan suatu persamaan umum antara medan tegangan dan kecepatan, sehingga semua persamaan untuk aliran turbulen adalah berdasarkan hasil percobaan. Salah satu persamaan untuk aliran turbulen pada pipa halus adalah :

$$\frac{u}{U} = \left(\frac{y}{R} \right)^{1/n} = \left(1 - \frac{r}{R} \right)^{1/n} \quad (1.26)$$

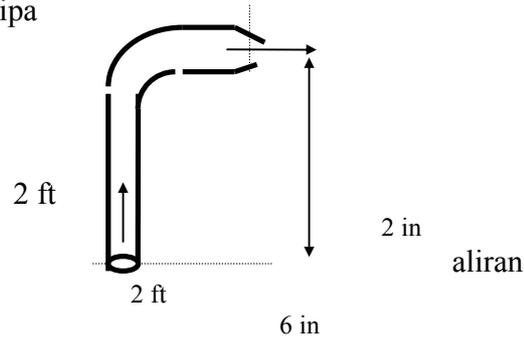
dimana :

n : koefisien aliran fungsi angka Reynold

Soal-soal Latihan

1. Air mengalir pada pipa diameter 0,3 m dengan tekanan statis 260 kPa (gage), kecepatan 3 m/dt dan elevasi dari permukaan tanah adalah 10 m. Air keluar pada elevasi 0 m
2. Pitot tube digunakan untuk mengukur kecepatan udara. Kecepatan dijaga 100 m/dt atau lebih kecil. Tentukan defleksi air raksa pada manometer yang berkorelasi dengan kecepatan maksimum.

3. Air mengalir dari tangki melalui pipa dengan diameter 2 inchi. Fluida pada manometer adalah air raksa. Tentukan kecepatan fluida pada pipa dan laju massa keluar dari pipa



4. Air mengalir vertikal pada pipa diameter 0,1 m dan keluar melalui nosel diameter 0,05 m ke udara luar. Hitunglah tekanan (gage) yang dibutuhkan agar kecepatan air keluar nosel 20 m/dt.

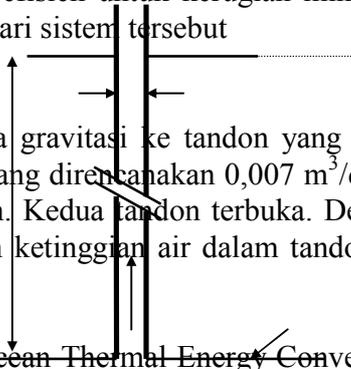
aliran

1

4 m

2

5. Pada sebuah terowongan angin terbuka, dibuat wall pressure tap yang dihubungkan dengan manometer dan menunjukkan 45 mm dibawah tekanan atmosfer. Hitunglah kecepatan udara pada terowongan angin tersebut.
6. Air mengalir melalui pipa beton horisontal dengan diameter 0,1 m dan laju aliran massa 15 kg/dt. Tentukan penurunan tekanan tiap 100 m panjang pipa.
7. Udara standar mengalir melalui belokan yang panjang equivalent-nya 50 m. Laju alirannya $0,6 \text{ m}^3/\text{dt}$ dan tekanan pada ke dua penampang adalah sama. Tentukan perubahan ketinggian belokan tersebut.
8. $2 \text{ ft}^3/\text{dt}$ air mengalir dalam suatu sistem perpipaan dengan diameter 6 in, bahan pipa besi tuang. Koefisien untuk kerugian minor adalah $K = 2,0$, Tentukan L, panjang pipa lurus dari sistem tersebut



9. Air mengalir karena gravitasi ke tandon yang lebih rendah melalui pipa lurus dengan laju aliran yang direncanakan $0,007 \text{ m}^3/\text{dt}$. Diameter pipa 50 mm dengan panjang total 250 m. Kedua tandon terbuka. Dengan mengabaikan minor losses, hitunglah perbedaan ketinggian air dalam tandon untuk menjaga agar kapasitas aliran air tetap.
10. Instalasi OTEC (Ocean Thermal Energy Conversion) mengalirkan air laut dari dasar air laut kedalaman 1000 m yang tekanan hidrostatiknya 9,9 Mpa (gage). Kecepatan rata-rata dalam pipa $V = 1,83 \text{ m/dt}$ dan diameter pipa 28,2 m dengan kekasaran permukaan efektif, $e = 0,01 \text{ m}$. Perkirakan tekanan statis di permukaan air laut.

