

A MECHANIKAI ENERGIA

1. A mechanika „munkatétele”

A mechanika „munkatétele” Newton második axiómájából következik. Newton második axiómája egyetlen tömegre (vagy tömegpontra):

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} \equiv m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2}, \quad (1.1)$$

mely általános esetben háromdimenziós vektoregyenlet, matematikai megnevezése: *csatolt, közönséges másodrendű differenciálegyenlet-rendszer*. A képletben $\mathbf{F}$ az erő vektora, $\mathbf{a}$ a tömegpont gyorsulásvektora, m a tömeg. A mechanikai munka definíciója a mozgó testre ható erő *pálya szerinti vektoriális integrálja*:

$$\Delta E = \int_{P_1}^{P_2} \mathbf{F} d\mathbf{s} = m \int_{P_1}^{P_2} \mathbf{a} d\mathbf{s}. \quad (1.2)$$

Az integrálást a mozgási pálya két tetszőleges P_1 és P_2 pontja között kell elvégezni. A képletben a mozgó test energiájának megváltozását jelöltük, amely az $\mathbf{F}$ erő munkájának következménye. A mechanikai munka vagy energia *skalár mennyiség* (azaz csak számértéke van, de iránya nincs), és amely tetszőleges előjelű lehet. Tehát a mechanikai munka, vagy energia lehet pozitív, nulla és negatív is. Speciális esetben a munka nulla, ha az erő és elmozdulás minden időpillanatban merőleges egymásra, ez az egyenletes körmozgásnál áll fenn.

A fenti integrál *idő tartományra transzformálható*:

$$m \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{a} \frac{d\mathbf{s}}{dt} dt \equiv m \int_{t_1}^{t_2} \ddot{\mathbf{r}} \mathbf{r} dt \equiv \frac{1}{2} m \int_{t_1}^{t_2} \frac{d(\dot{\mathbf{r}}^2)}{dt} dt = E_{kin}(t_2) - E_{kin}(t_1) = \Delta E_{kin}. \quad (1.3)$$

Az integrálás végeredménye a mozgási (kinetikus) energia *megváltozása*, mely az előzőek szerint tetszőleges előjelű lehet. A mozgási energia definíciója a fenti integrálban:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m \dot{\mathbf{r}}^2 \equiv \frac{1}{2} m v^2 \geq 0, \quad (1.4)$$

amely sohasem lehet negatív értékű (a v a test sebessége). Newton második axiómájának, azaz a dinamika alapegyenletének első integrálja szavakban azt jelenti, hogy az m tömegű testen végzett munka a test mozgási (kinetikus) energiáját változtatja meg. Ez a tankönyvekben *munkatétel* elnevezéssel szerepel. A munkatétel nem mond semmit az energia-megmaradásról, csupán csak azt fejezi ki, hogy a mechanikai munkavégzés egy test mozgási energiáját változtatja meg.

2. Az energia megmaradása

Az energia-megmaradás hipotézise a mai tudomány, ezen belül a fizika alapvető állítása, mely hozzávetőlegesen százötven éve nyert általános elfogadást. A mai modern fizikában az energia-megmaradás hipotézisét olyan erős elméleti és tapasztalati tények támasztják alá, hogy igazában kételyek nem merülnek fel. Ezt igazolja a mai elnevezések is, hiszen energia-megmaradás törvényéről, tételéről beszélünk, így kerül oktatásra is az ifjú nemzedékeknek.

A MECHANIKAI ENERGIA Szerző: Sarkadi Dezső 2008 december

<http://www.geocities.com/fhunman/mechener.pdf>

A valóságos képről azonban tudnunk kell, hogy az energia-megmaradás valójában egy *hipotézis, axióma*. Az egész tudomány, a fizikát is beleértve, tapasztalati axiómákra épül, melyek igazát az egyes tudományok történeti fejlődése igazolja. Ugyancsak tisztában kell lennünk azzal, hogy minden axióma, tétel, törvény a maga megszabott feltételei mellett érvényes. Tudjuk, hogy az *euklideszi geometria* egyik fontos axiómája, hogy egyenesen kívüli ponton csak egyetlen párhuzamos egyenes húzható egy adott síkban. A *nem-euklideszi geometriákban* (pl. *Bolyai geometria, Riemann geometria*) ez az axióma (meglepő módon) nem igaz, ráadásul biztonságosan beigazolódott, az Univerzum egészében nem-euklideszi geometriájú.

Maga az energia-megmaradás kimondásának története is nagyon érdekes, egyáltalán nem volt egyszerű folyamat. A törvény felismerésben a biológia, kémia, a fizikán belül elsősorban a termodinamika játszott szerepet. A gyakorlat szempontjából a mechanikai energia vált fontossá az ipari forradalom beköszöntével, amelyet már nem lehetett állati erővel biztosítani. Elterjedt a gőzgép, fontosakká váltak a tüzelőanyagok. A történeti fejlődés azt is igazolta, hogy a mechanikai energia kinyerése mindig veszteséges. Az eddigi történelem során a mechanikai energia előállítása majdnem kizárólagosan hőenergiából történt és ma is ez a helyzet. Kivételek például a galvánelemekből, akkumulátorokból, napelemekből kinyerhető közvetlen elektromos energia. A megújuló energiaforrások, mint a vízi energia, szélenergia a nap hőenergiájából származik. Nukleáris eredetű az atomerőművek, valamint a termálvizek energiája. Az utóbbi a föld mélyében lévő radioaktív anyagok bomlásából származik, melyekre a termálvizes fürdőkön kívül geotermikus erőművek épülnek.

A termodinamika fontos tétele szerint a hőenergia elvileg nem alakítható át 100 százalékosan mechanikai energiává, azaz a hőerőgépek hatásfoka minden esetben 100 százalék alatt marad. Ugyanakkor bizonyos régi, gyengén, vagy egyáltalán nem dokumentált kísérletek, vagy egyes mai elméleti megfontolások nem zárják ki annak lehetőségét, hogy egy test mozgása során nemcsak energiavesztés, de esetleg energianyereség is fellelhető.

A súrlódásmentes, tiszta mechanika kozmikus méretekben valósul meg a természetben. A Naprendszeren belüli bolygók évmilliárdok óta léteznek, ezek pályái rendkívül stabilnak mutatkoznak, amely a newtoni mechanika értelmében az energia és a perdület időbeli stabilitását jelentik. A perdület (*impulzusmomentum*) állandóságából következik, hogy a bolygók, holdak és mesterséges égitestek keringési síkja is időben állandó marad. Az energia és perdület időbeli állandóságát más néven ezek megmaradásának nevezik. A „megmaradás” szót ebben az értelemben használjuk. Egyszerű példával élve a sárgabarack befőtt tulajdonságai hosszú ideig megmaradnak, ha állandó alacsony hőmérsékleten tartjuk, és előzetes hőkezeléssel biztosítottuk a megromlás elkerülését.

A fizikában definiálják a zárt rendszer fogalmát, amelyre külső behatás, kölcsönhatás nem hat, magyarul el van szigetelve a külvilágtól. A természettudomány axiómája szerint zárt rendszer bizonyos tulajdonságai nem változhatnak meg, ezen belül a zárt rendszer összenergiája sem. Ebben az értelemben állítjuk az energia-megmaradás tételét, mely a fentiek szerint egy tapasztalati axióma. Az axiómákat bizonyítani nem lehet, de ha van egyetlen ellenkező tapasztalat, az axióma érvényét veszti.

A mechanikában a megmaradási tételekre egyértelmű bizonyíték jelenleg csak kozmikus méretekben áll fenn megbízhatóan (például a Naprendszer a bolygóival). Földi viszonylatban a hétköznapi gyakorlat elfogadott pontosságon belül igazolta a megmaradási tételeket, konkrétan az energia, impulzus és a perdület megmaradását. Időközben a mérés technika fejlődésével jogosan merül fel annak a tudományos vizsgálatnak az igénye, hogy ezek a mechanikai alaptételek mennyire pontosan teljesülnek. Ez már a tudományos kutatás, a kísérleti fizika szigorú módszereit igényli. Elméletileg ugyanis nem zárható ki, hogy a newtoni mechanika csak bizonyos meghatározott esetekben lehet igaz. A földi mechanikai kísérleteknél a zavaró tényező a különböző eredetű súrlódás. Mai tudásunk szerint a súrlódások folyamán a mechanikai energia hőenergiává alakul át (ez a disszipáció). A mechanikai energia veszteségét okozhatják még az elektromágneses jelenségek is, de ezek hatása egyszerűen elkerülhető: elektromosan és mágnesesen semleges testeket, alkatrészeket használunk a kísérletekben.

Newton második axiómája ($F = ma$) önmagában hordozza a mechanikai energia-megmaradás törvényét, amennyiben az F erő bizonyos feltételeknek eleget tesz. *Emmy Noether* (1882-1935) német matematikusnő precízen bebizonyította, hogy az energia megmaradása az idő „eltolásának” szimmetriájából következik. Ez azt jelenti, hogy ha a mechanikai mozgásegyenletek a t időben, és tetszőleges $t + \Delta t$ időben ugyanazok, akkor a mechanikai energia megmarad.

A gyakorlatban gyakran előforduló erőtypus (pl. a gravitációs erőter) esetében a mechanikai energia megmaradása teljesül, legalábbis a Newton-i mechanika keretén belül. Az olyan erőtereket, melyeknél teljesül az energia megmaradása, *konzervatív erőtereknek* nevezzük. Konzervatív speciálisan az olyan erőter, melynél a ható erő a következő alakban írható fel:

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = -\text{grad}U(\mathbf{r}). \quad (2.1)$$

Az $U(\mathbf{r})$ függvényt *potenciális energia függvénynek* nevezzük, mely kizárólag csak a hely (a koordináták) függvénye. Lényeges tulajdonsága, hogy nem függhet az időtől. A *grad* jelölés egy matematikai műveletet jelöl, például az erő x -tengely irányú komponensét az $U(\mathbf{r})$ függvény x -szerinti deriváltja adja. Hasonlóan kapjuk meg az y és z erőkomponenseket is. Egyszerű matematikai levezetéssel könnyen megmutatható, hogy a fenti egyenlettel definiálható erők esetén a kinetikus energia és a potenciális energia összege a mozgás folyamán állandó:

$$\Delta E = \int_{P_1}^{P_2} \mathbf{F} d\mathbf{s} \equiv E_{\text{kin}}(P_2) - E_{\text{kin}}(P_1) = U(P_1) - U(P_2), \quad (2.2)$$

amelyből:

$$E_{\text{kin}}(P_1) + U(P_1) = E_{\text{kin}}(P_2) + U(P_2) = \text{állandó}. \quad (2.3)$$

Mivel a P_1 és P_2 pontok megválasztása tetszőleges, ezért a pálya tetszőleges pontjában a kinetikus és potenciális energia összege állandó. Akik számára a fenti képletek emészthetetlenek, csak emlékeztetünk a középiskolai fizika tanulmányokra. Egyik feladat volt a szabadon eső test sebességének meghatározása különböző h magasságokban. A feladat konkrét megoldása (2.3) szerint:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2 = \text{állandó}. \quad (2.4)$$

3. Extra mechanikai energia

Elvileg tehát nem zárható ki, hogy a testek bonyolultabb mozgása során a fizikában eddig ismeretlen eredetű *energiavesztés*, vagy *energianyerés* léphet fel. Az utóbbit nevezhetjük extra mechanikai energiának, vagy többletenergiának. Erre a fogalomra az angolban az „overunity” szó terjedt el, ami 100 százalékon felüli hatásfokot jelent. Egy test bonyolult mozgásán azt értjük, hogy a test mozgása során a sebessége, gyorsulása térben és időben változik. Egy test bonyolult mozgása két úton biztosítható: kényszer feltételekkel (pl. kényszerpálya), vagy bonyolultabb eloszlású erőterekkel. A kényszerpályákról ideális esetben feltehető, hogy súrlódásmentes és mindig merőleges kényszersert jelent a test pillanatnyi elmozdulására. Röviden: az ideális kényszerpálya önmagában nem ad és nem vesz el mozgási energiát a rajta mozgó testtől. Bonyolultabb erőterek alatt itt a több test által létrehozott gravitációs, és/vagy elektromágneses erőtereket értünk. A külső erőterek növelhetik, vagy csökkenthetik a mozgó testek energiáját. Elektromágneses erőter nyilván csak akkor befolyásolja a test mozgását, ha az elektromos töltésű és/vagy mágnesezett.

A Naprendszer kozmikus laboratóriumában már nagy pontossággal igazolást nyert, hogy a síkban, azaz két dimenzióban mozgó bolygók, mesterséges égitestek teljes mechanikai energiája (a kinetikus és potenciális energia összege) időben állandó, azaz nem mutatható ki mozgásukban extraenergia. Tehát mindenképpen a háromdimenziós mozgásokat kell vizsgálnunk. Tételezzük fel, hogy az extraenergia azokban az esetekben lép fel, amikor a mozgás sebesség és gyorsulás vektorainak bezárt szöge időben változik. Kiegészítő feltétel, hogy a mozgás háromdimenziós legyen. A kinetikus energia megváltozását ebben a módosított mechanikában a következő, a lehető legegyszerűbb matematikai képlettel modellezhetjük:

$$\Delta E_{kin} = \int_{P_1}^{P_2} \mathbf{F} d\mathbf{s} + Km \int_{P_1}^{P_2} \frac{d[\mathbf{v}, \mathbf{a}]}{dt} d\mathbf{s}, \quad (3.1)$$

ahol a második *extraenergia tag a tömeggel arányos*, az arányossági tényező a K , amely egy kísérletileg meghatározandó állandó. Az extraenergia tag explicite nem tartalmaz ismert külső eredetű erőt, az extraenergia forrását tisztán a mozgó test sebességével és gyorsulásával jellemzett pályája jelenti. Az extraenergia fizikai háttere például az lehet, hogy a külső tér ismeretlen kölcsönhatásba lép a mozgó testtel, ha az bonyolult térbeli mozgást végez. A (3.1) modellben az extra-energia tag egyszerűsíthető:

$$\frac{d[\mathbf{v}, \mathbf{a}]}{dt} = [\dot{\mathbf{v}}, \mathbf{a}] + [\mathbf{v}, \dot{\mathbf{a}}] \equiv [\mathbf{v}, \dot{\mathbf{a}}]; \quad (3.2)$$

ezért az (3.1) egyenlet a következő lesz:

$$\Delta E_{kin} = \int_{P_1}^{P_2} \mathbf{F} d\mathbf{s} + Km \int_{P_1}^{P_2} [\mathbf{v}, \dot{\mathbf{a}}] d\mathbf{s}. \quad (3.3)$$

Az extraenergia tag a sebességet és a gyorsulás deriváltját *vektori szorzat* alakban tartalmazza, amely *szorzatvektor* síkbeli mozgás esetén mindig merőleges a $d\mathbf{s}$ vektorra. Ezért síkbeli mozgásnál az extraenergia tag zérust eredményez. Az extraenergia, ha egyáltalán létezik, csak térbeli, háromdimenziós mozgásnál jöhet számításba. A (3.3) képlet szerint Newton második axiómája módosul háromdimenziós mozgások esetén:

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} - Km[\mathbf{v}, \dot{\mathbf{a}}], \quad (3.4)$$

amely egy harmadrendű csatolt közönséges differenciálegyenlet-rendszer. Síkbeli mozgás esetén természetesen ez az egyenlet megegyezik az eredeti Newton-egyenlettel, a differenciálegyenlet-rendszer másodrendűvé redukálódik.

Ha egy test a magasabb szinten lévő P_2 pontból a lentebbi P_1 pontba mozog egy tér görbe mentén, mely nem egyenes vonalú, nem egy síkban van (például: térbeli spirál), ekkor a (3.3) képletben az első tag egyszerűsödik:

$$\Delta E_{kin} = mgh + Km \int_{P_1}^{P_2} [\mathbf{v}, \dot{\mathbf{a}}] d\mathbf{s}, \quad (3.5)$$

ahol h az P_2 és P_1 pontok magasság-különbsége. Az extraenergia kimutatását célzó kísérletet ezzel a képlettel lehet kiértékelni. A képlet legegyszerűbb kísérleti ellenőrzése lehet, ha egy térbeli spirális kényszerpályán leguruló ólom-, vagy acélgolyó *végsebességének változását*

mérjük. A mérés során egy rugalmas anyagból készült kényszerpálya alakját (pl. gumi, vagy műanyag cső) mérésenként kisebb-nagyobb mértékben megváltoztatjuk. Ami nagyon befolyásolhatja az objektív végeredményt, hogy a cső alakjának változtatásával a súrlódási veszteség is megváltozhat. A gyakorlatban megvalósítható, a fénysebességhez képest messzi elhanyagolható sebességeknél az extra mechanikai energia, ha egyáltalán létezik ilyen, valószínűleg nagyon-nagyon piciny mértékű lehet, ami már eleve a mérési „zajban” elveszhet.

Az extraenergia létezésének, nemlétezésének kísérleti kimutatása
tehát nagyon nehéz mérés technikai feladat.