

TÖMEG ÉS AMPLITÚDÓ KAPCSOLATA

1. Bevezető

Az egyenletes körmozgást fenntartó *centripetális* erő:

$$F = m r \omega^2. \quad (1.1)$$

A tömeg tehetetlenségére jellemző *centrifugális* erő ennek negatívja. A tömeg tehetetlensége ezen képlet szerint nemcsak a tömeg nagyságával, de a körpálya sugarával, illetve a keringési frekvencia négyzetével is arányos. Matematikai értelemben ezért a tömeg arányossági kapcsolatban áll egy távolság dimenziójú mennyiséggel, illetve egy frekvencianégyzet dimenziójú mennyiséggel is. Az utóbbi állítás érdekes következményeit egy másik munkámban mutattam meg:

<http://www.geocities.com/fhunman/massfreq.pdf>

A jelen munkában annak következményeit vizsgálom, miszerint a tömeg (tehetetlenség) arányos egy hosszúság dimenziójú mennyiséggel. A klasszikus hullámfogalom tartalmazza a hullám frekvenciáját, hullámhosszát, amplitúdóját és fázisát. A fenti egyszerű mechanikai megfontolásokból arra tudunk következtetni, hogy a tömeghez rendelhető egy vele arányos, hosszúság dimenziójú mennyiség, mely utóbbi lehet hullámhossz, vagy amplitúdó. Alapfeltevésünk:

Amplitúdó hipotézis:

Tetszőleges tömeghez (nagyságtól függetlenül), *anyag hullám* (tömeghullám) rendelhető. Az anyag hullám amplitúdója arányos a tömeg nagyságával:

$$a = C m; \quad C = 1 \text{ méter} / \text{kg} \quad (1.2)$$

Általános esetben a tömeghez (anyag hullámhoz) komplex amplitúdó rendelhető:

$$A^2 = A A^* \equiv (a + ib)(a - ib) = a^2 + b^2 = C^2 m^2 \quad (1.3)$$

SI rendszerben az egységnyi értékű C dimenzionáló tényezőt a továbbiakban nem írom ki, a tömeg és amplitúdó jelölést azonos értelemben használom. Fontos kiemelni, hogy az (1.3) hipotézis levezethető a speciális relativitáselmélet kiterjesztéséből:

<http://www.geocities.com/fhunman/relativity.pdf>

2. A hullám-részecske dualitás

A fizikai kutatás fő iránya több mint száz éve az anyag és a fény (általában az elektromágneses hullám) kapcsolatának, kölcsönhatásának vizsgálata. A problémafelvetés már Newton-nál jelentkezett, aki alaposan vizsgálta a fény hullámtulajdonságára utaló interferenciáját, ugyanakkor meg volt győződve a fény korpuszkuláris tulajdonságáról is, mivel például a fény visszaverődését mechanikai fogalmakkal tudta értelmezni. Jóval később, *Maxwell* elektrodinamikája egyértelműen igazolta a fény hullámtulajdonságát, *Hertz* kísérletileg kimu-

tatta az elektromágneses hullámok létezését. Planck kvantumhipotézise alapján Einstein a fényelektromos hatást a foton fogalmának bevezetésével tudta értelmezni. A huszadik század elejét jellemző nagy fizikai kavargást jól jellemezte Einstein 1905-ben született cikkei. A speciális relativitáselmélet a fény hullámtulajdonságát alátámasztó Maxwell egyenletekből született, míg a foton elképzelés ennek teljesen ellentmondott. Ez az ellentmondás Einsteint nemigen zavarta, de kortársait annál inkább. Erről a korszakról szól az amerikai *John Stachel* szerkesztésében „Einstein csodálatos éve” című könyv, amely Einstein 1905-ben megjelent öt dolgozatát tartalmazza (Akkord Kiadó, 2004).

A mai fizika könyvek, a formális logikát sutba dobva, a fény „kettős természetéről” írnak, ami a fizika egyértelműségét, egzaktágát kérdőjelezi meg. De be kell látnunk, a természet nem a formális logikát követi, a természetben az egyértelműség kétértelműség alakjában valósul meg. A logikai ellentmondás feloldása ugyanis mindeddig kudarcot vallott. Más szempontból ez a látszólagos kétértelműség éppen a fizika egységét fejezi ki, abban az értelemben, hogy az anyag és a fény szükségszerűen egységes, közös fizikai alapokon nyugszik. Ezen állítást az a tény bizonyítja, hogy az anyag és fény kölcsönhatását ma már bámulatosan pontosan le tudjuk írni. Itt elsősorban a kvantummechanikára, és annak fejlettebb formájára, a kvantumelektrodinamikára (QED) gondoljunk.

Az anyag hullámtulajdonságának gondolatát először *Louis de Broglie* vetette fel 1924-ben, doktori disszertációjában, amit *Ervin Schrödinger* „zöltségnek” nevezett. És éppen Schrödinger vezette le a híres hullámegyenletét 1926-ban, ezzel elismerve de Broglie eredeti gondolatát. De Broglie Planck kvantumhipotézisét ötvözte Einstein relativitáselméletével, amely eredményeként megadta a feltételezett anyaghullám hullámhosszát:

$$p_{\mu} = \hbar k_{\mu} \quad (2.1)$$

De Broglie hipotézise azonban nem adott információt az anyaghullám amplitúdójáról, amit a jelen munkával szeretnék pótolni.

A tudomány módszertanának különleges példája a kvantummechanika kialakulása. Ha *Wigner Jenő* kritikus szemével nézzük a történetet, *Niels Bohr* atommodelljéről azt mondhatjuk, hogy Bohr úgy kombinálta Planck hatáskvantumát a sztatikus Coulomb potenciállal, hogy kijöjjön a hidrogén atom ismert *Balmer képlete*. A gyanakvás ördöge tovább nő bennünk, tudván azt, hogy a két, vagy több elektronos atomokra Bohr elmélete már sikertelen volt. Kritikusan állhatunk Schrödinger hullámegyenletéhez is, akinek talán „véletlenül” sikerült egy olyan differenciálegyenletet találnia, mely kiadja a Balmer formulát. Az evidencia, az egzaktág különleges élményét csak abban a pillanatban éreztük át, amikor sikerült kimutatni, hogy a teljesen más úton kapott *Heisenberg-féle mátrixmechanika* ekvivalens Schrödinger hullámmechanikájával. Az 1926 utáni évek sikerei aztán további megerősítéseket jelentettek a kvantummechanika egzaktágára, különösen kiemelve *Dirac* relativisztikus hullámegyenletét.

Az anyag és fény egyesített fizikai elméletének kialakulásában további „apróságok” is segítettek. Einstein sikeresen vizsgálta a fénykibocsátás, illetve fényelnyelés mechanizmusát. A *Compton* effektust sikerült a QED segítségével pontosan leírni, amely a *gamma*sugárzás (EM sugárzás) részecske tulajdonságát egyértelműen igazolta. Nagy sikerekre vezetett *R. P. Feynman* ún. „pályaintegrálási” módszere, amelynek jól ismert következménye a *Feynman-gráf*. Sajnos, a legtöbb népszerűsítő anyagokban ennek háttéréről csak homályosan esik szó. A dolog lényege igen figyelemreméltó: Feynman doktori disszertációjában Schrödinger hullámegyenletét egy, az eredetitől lényegesen eltérő matematikai formában, de azzal ekvivalens alakban fogalmazta meg. Az, hogy Schrödinger egyenletét különböző ekvivalens matematikai alakokban írhatjuk fel, ez már a kezdetben mutatkozott, itt konkrétan a *Heisenberg* mátrixmechanikájára gondolok (kiemelve, hogy a felfedezés elsőbbsége kétségtelenül Heisenbergé).

Tudományos megfogalmazásban, de konkrét részletezés nélkül, Feynman felismerését a következő linken találjuk (angol nyelven):

http://en.wikipedia.org/wiki/Path_integral_formulation

Véleményem szerint Feynman a fénytanból ismert *Huygens-Fresnel* elvet „vitte át” a kvantummechanikára, ezzel újra alátámasztva a tömeg hullámtulajdonságát. A Huygens-Fresnel elvről itt olvashatunk (angolul):

http://en.wikipedia.org/wiki/Huygens%27_principle

Általános tanulság vonható le Feynman tudományos módszeréről, miszerint egy-egy fizikai törvény, egyenlet, képlet ekvivalens átfogalmazása új ismeretekre, új felismerésekre vezethet. Lényegében a jelen munkám is ennek szellemében született meg.

3. A hullámok interferenciája

Amint már kiemeltem, a fizikai kutatás alapvető célja a fény és anyag kölcsönhatásának minél pontosabb megismerése, matematikai leírása. A fény (elektromágneses hullám) tulajdonságainak mélyebb megismeréséből szerzett ismereteket próbáljuk megtalálni az anyag megismerésében, és fordítva. A két, merőben eltérőnek látszó fizikai entitást szeretnénk közös alapra hozni. Ennek fontos része a „részecke-hullám dualitás” minél részletesebb megismerése, megértése. Már rögtön a kvantummechanika kialakulása kezdetén a fizikusok kísérleti bizonyítékokat kerestek az anyag hullámtulajdonságára, a legkorábbi, leghíresebb ilyen siker *Davisson–Germer* kísérlet (1927) néven ismeretes. A részletek megtalálhatók:

http://en.wikipedia.org/wiki/Davisson%E2%80%93Germer_experiment

A kísérlet lassú elektronsugár *Bragg-szórását* mutatta ki a sűrű rácsosztású nikkel kristályon, amit már korábban röntgensugárzással sikerült kimutatni, igazolva a röntgensugárzás hullámtermészetét (elektromágneses eredetét). Az elektronokra kapott interferencia kép egyben igazolta a de Broglie hipotézis által megjósolt elektron hullámhossz számszerű értékét is.

Az újabb kvantummechanikai tankönyvekben szokásos ismertetni a *két-réses elektron-interferencia* kísérletet (pl. Feynman ismert *Mai Fizika* című ismert könyvsorozata), amely sokáig „csak” egy gondolat-kísérlet volt, de néhány éve sikerült ezt a kísérletet a valóságban is elvégezni:

http://en.wikipedia.org/wiki/Double-slit_experiment

Ezek a kísérletek az anyag hullámtulajdonságát igazolják, bizonyítva ezen hullámok interferenciáját, illetve az elhajlás (diffrakció) jelenségét, amiket az optikából jól ismerünk. A diffrakció fizikai hátterének szabatos magyarázata: A Huygens-elv értelmében egy hullámfelület minden pontja elemi hullámok kiindulópontja is egyben. A Huygens-Fresnel elv szerint a hullámtérben megfigyelhető hatást az adott hullámfelületből kiinduló *koherens* elemi hullámok interferenciája határozza meg. A Bragg-szórás képlete ezen elvek alapján vezethető le, ami feltételezi mind az EM hullám (röntgensugárzás), mind az anyaghullám interferenciáját.

A fény, illetve az anyaghullám interferenciája tehát kísérletileg bizonyított tény, kérdés, hogy milyen matematikai képletekkel (milyen elméleti háttérrel) írható fel a fény, illetve az anyaghullám interferenciája.

A látható fény az elektromágneses sugárzás kis frekvencia (hullámhossz) tartományba esik, de a teljes elektromágneses spektrumot elméletileg a szabad (töltések nélküli) Maxwell egyenletek írják le, melyek az elektromos és mágneses tér egymásra „merőleges” (transzver-

zális) hullámegyenleteire vezetnek. A Maxwell egyenletek linearitásából következik, hogy ha egy, vagy több hullámfüggvény megoldása a Maxwell egyenleteknek, akkor ezek tetszőleges lineáris kombinációja is megoldása a Maxwell egyenleteknek. A hullámoptikában a fényinterferencia jelenséget a legegyszerűbb esetre szokás felírni, amikor két (ún. *koherens*) fényhullám találkozik. A matematikai modell abban az értelemben is egyszerűsít, hogy az EM hullám elektromos, illetve mágneses komponenseit nem választja szét, egyszerűen skalár síkhullámokkal, vagy gömbhullámokkal dolgozik. Ennyi ugyanis a legtöbb esetben elég az optikai jelenségek matematikai leírására. Ez az egyszerűsített leírási mód célszerűen az elektromágneses hullámok *energiaterjedésére* koncentrál, amely a fényerősség tér és időbeli függését adja meg.

Bár a fényinterferencia matematikai modellezéséhez elegendőek a valós hullámfüggvények, a továbbiak miatt célszerű komplex alakban felírni a fényhullámokat. Legyen A és B két azonos frekvenciájú, de eltérő fázisú (koherens) fényhullám, akkor ezek komplex alakjai:

$$A = A_0 \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t + \varphi_A); \quad B = B_0 \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t + \varphi_B). \quad (3.1)$$

Feltételezem, hogy az Olvasó számára ismertek ezek a legegyszerűbb alakú hullámfüggvények. A két hullám interferenciáját a két hullámfüggvény egyszerű matematikai összeadásával és abszolút érték képzéssel tudjuk értelmezni:

$$I(\mathbf{r}) = (A + B)(A + B)^* \equiv A_0^2 + B_0^2 + 2A_0B_0 \cos(\varphi_A - \varphi_B), \quad (3.2)$$

ahol I a *fényintenzitás* mértéke a tér adott $\mathbf{r}$ pontján, (például a vetített ernyőn). A fény intenzitását a koszinuszos tag, azaz a fáziskülönbség határozza meg. Az észlelő ernyő különböző pontjainál más és más a fáziskülönbség, így látható módon megkapjuk a jellegzetes interferencia mintákat.

A *Davisson–Germer* kísérlet elektronok esetén is hasonló interferencia csíkokat mutatott, ami természetesen szemmel nem látható, de filmre felvehető. Elmondható tehát, hogy az anyaghullámok interferenciájára is ugyanazon matematikai módszer használható, mint a hullámoptikában. Ezt alátámasztja az is, hogy az elektroninterferencia értelmezésénél a Bragg szórás képlete jól használható, amit eredetileg a röntgenszórásra, azaz EM sugárzásra alkalmaztak.

A fényinterferenciát, illetve az elektroninterferenciát (általában anyaghullám interferenciát) csak speciális kísérleti feltételek biztosításával tudjuk létrehozni, azaz „nem mindennapos” jelenség. Ha a fizikai kölcsönhatásokat szórásjelenségeknek tekintjük, amelyekben legalább két fizikai objektum szerepel, a kölcsönhatás fogalmát jogosan használhatjuk az interferencia jelenségekre is. Ez a gondolat már nagyon régen felmerült bennem, amikor először a *nukleon-nukleon szórásról* olvastam. Megfelelően nagy energiák esetén ugyanis megjelenik a π mezon részecske, amit a két ütköző nukleon anyaghullám interferenciájának is lehet tekinteni. Az anyaghullámokról rövid időn belül kiderült, hogy azok nem egészen úgy viselkednek, mint a megszokott, jól kézben tartott fényhullámok. Az anyaghullámok egzakt leírására a mai „hivatalos” álláspont szerint kizárólag a kvantummechanika alkalmas, erre a jelen munka záró szakaszában térünk vissza.

4. Az anyaghullámok interferenciája

A jelen munkának két alapvető állítása (hipotézise) van:

1. Tetszőleges tömeghez (a tömeg nagyságától függetlenül) anyaghullám rendelhető, melynek komplex amplitúdója arányos a tömeg nagyságával.
2. Két tetszőleges tömeg bármilyen fizikai kölcsönhatása visszavezethető a két anyaghullám interferenciájára.

Rendeljünk most két tömeghez az A , illetve a B komplex skalárhullámokat (3.1)-nek megfelelően, a két tömeg interferenciáját a (3.2) egyenlet írja le. Írjuk át most a (3.2) egyenletet tömeg jelölésekkel (a tömeget és az amplitúdóját egymás szinonimájának tekintjük):

$$(m_A + m_B)(m_A + m_B)^* \equiv m_A^2 + m_B^2 + 2m_A m_B \cos(\varphi_A - \varphi_B). \quad (4.1)$$

Fényinterferencia esetén az amplitúdó négyzete a fény intenzitásával, azaz a fény energiájával arányos. A tömegamplitúdó négyzete is szükségszerűen energiával arányos mennyiséget értelmez. Tudjuk, hogy például a *gravitációs sajátenergia* a tömeg négyzetével arányos, így nyomós okunk van azt feltételezni, hogy a tömeghullámok interferenciája „első ránézésre” a gravitációs kölcsönhatást írja le. Azt is tudjuk, hogy a fenti képletben a helyfüggés csak az interferencia tagban szerepel. Newton gravitációs törvényét ismerve, a (3.5) képlet interferencia tagjára szükségszerűen teljesül:

$$2m_A m_B \cos(\varphi_A - \varphi_B) \equiv -Gm_A m_B / r \quad (4.2)$$

Ezzel igazoltuk, hogy a gravitációs kölcsönhatás az anyaghullámok interferenciájának következménye. A levezetésbe vetett bizalmunkat erősíti, hogy SI rendszerben a *Q-fizika* szerint (lásd a honlapom vonatkozó részét) a gravitációs állandóban valóban szerepel egy kettes szorzó:

$$G \cong 2 \times Q^{16} (SI); \quad Q \equiv 2 / 9. \quad (4.3)$$

A (4.2) képlet fontos következménye:

$$G / r \leq 2 \Rightarrow r \geq G / 2 = 3.337.. \times 10^{-11} \text{ méter} \quad (4.4)$$

A *hidrogén atom sugara (Bohr sugár)*: $5,29 \times 10^{-11}$ m, amely a minimális gravitációs hatótávolság nagyságrendjébe esik. Jó közelítésben azt mondhatjuk, hogy 10^{-11} méter távolságon belül a gravitáció nem létezik!

A (4.2) interferencia tag lehet akár pozitív is, azaz elméletileg létezik gravitációs taszítás. A gravitációs taszítást a fizikai ingával végzett gravitációs kísérleteimmel sikerült kimutatnom (lásd a honlapom gravitációval foglalkozó részét).

<http://www.geocities.com/fhunman/gravity.html>

A gravitáció interferencia modelljével részletesen foglalkozom a következő linken:

<http://www.geocities.com/fhunman/gengrav.pdf>

6. Kvantuminterferencia

Az anyaghullámok egzakt leírására, mai ismereteink szerint, a kvantummechanika fizikai elmélete alkalmas. A kvantummechanika pontosabban értelmezi az anyag kettős természetét, azaz az anyag részecske, illetve hullám viselkedését, a kísérleti körülményektől függően. A kísérleti körülmények alatt a mérési beavatkozást értjük, ugyanis a mérés megzavarja az anyaghullámok terjedését, ami a részecskék jelenlétének konkrét kimutathatóságára vezet.

A részecskék kvantummechanikai viselkedését a *Schrödinger egyenlet* matematikai megoldásainak tanulmányozásából ismerték meg a fizikusok. Rövid időn belül kiderült, hogy a klasszikus mechanika fogalmai, illetve a hagyományos fizikusi gondolkozásmód a kvantumjelenségekre nem érvényes. Ma a legáltalánosabban elfogadott szemléletmód az ún. *koppenhágai* értelmezés, ami *Niels Bohr* és munkatársai nevéhez fűződik. Ennek lényege ugyanaz, amit említettem, hogy a kvantumrendszereket megzavarja a mérési beavatkozás. Egyes filozófusok kissé eltúlozva ebből arra a következtetésre jutottak, hogy a természet csak korlátozottan ismerhető meg. Véleményem szerint a fizika tudománya nem szűkíthető le csak a közvetlenül érzékelhető jelenségek leírására. Szemléletes példa erre, hogy például az atomot sem elvileg, sem gyakorlatilag nem tudjuk lefényképezni, hiszen egy atom egyidejűleg csak egyetlen fotont (felvillanást) képes kibocsátani, egy fénykép viszont fénypontok összességéből áll. Bár nem tudjuk az atomot lefényképezni, mégis meg vagyunk győződve a létezéséről.

A kvantummechanika örökzöld problémája a „fény kettős természete”, vagy a „hullám-részecske dualizmus” néven ismert paradoxon megnyugtató feloldása, a helyes fizikai értelmezése. Az elektronról meg vagyunk győződve, hogy részecske, ugyanakkor a 3. pontban citált *Davisson-Germer* kísérlet igazolta de Broglie hipotézisét, miszerint az elektron hullámként is viselkedik, képes interferencia jelenséget produkálni.

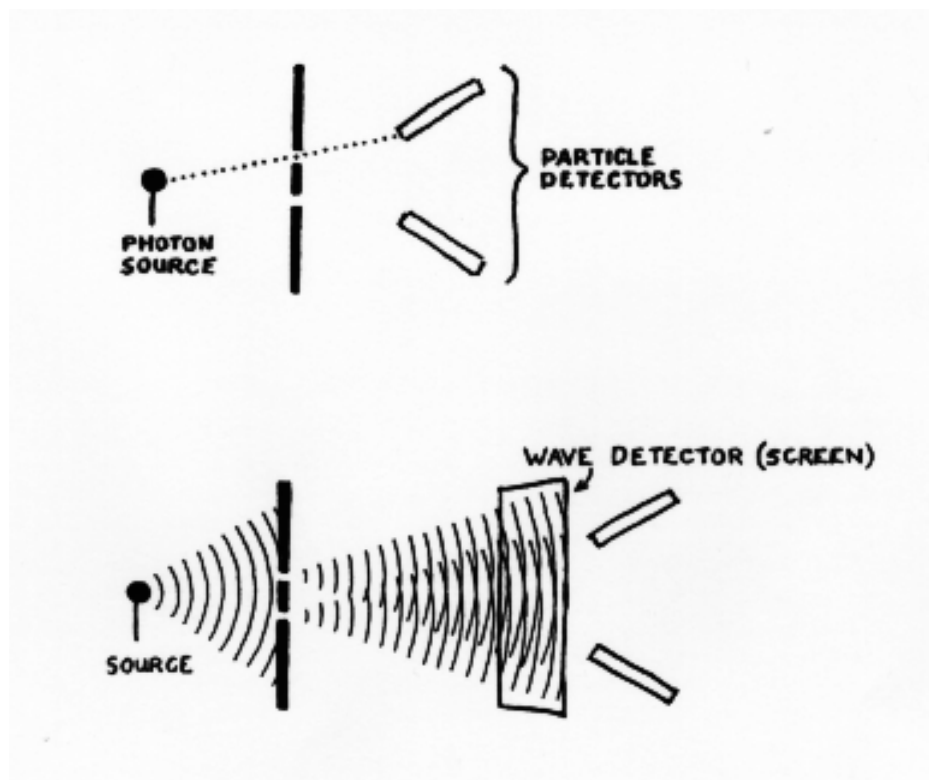
A fény kettős természetét bizonyító „két-réses” kísérlet vázlatát mutatja a **6.1. ábra**. Az ábra felső részén két *fotonszámlálót* látunk, a számlálók 50-50 százalék gyakorisággal mutatják a fotonok megérkezését. Az ábra alsó részén a számlálók helyett egy vetítő vásznat látunk, amely a fény interferenciáját mutatja. Ha a fény kizárólag csak fotonokból állna, akkor a vetítő vásznon a két résnek megfelelően csak két fényfoltot látnánk.

Különleges kísérleti fizikai eredmény, hogy néhány éve sikerült a két-réses kísérletet nemcsak az elektronokkal, de könnyebb atomokkal is elvégezni. Precíz összefoglaló anyagot találunk a két-réses kísérletről és értelmezéséről angol nyelven a következő linken:

http://en.wikipedia.org/wiki/Double-slit_experiment

A hullám-részecske dualitás trükkös megoldású kísérleti háttéréről, illetve a kvantummechanikai értelmezésről még számos további anyagot találunk az Interneten, főleg angol nyelven.

A kétréses kísérlet kvantummechanikai tárgyalása magyar nyelven is megtalálható Feynman és munkatársainak híres fizika könyvében: *Mai fizika* (Műszaki Könyvkiadó).



6.1. ábra: A fény kettős természetét igazoló kísérlet