

A GRAVITÁCIÓ INTERFERENCIA MODELLJE

1. Bevezető

De Broglie 1924-es anyaghullám hipotézise valós tudománnyá vált a kvantummechanika 1925-26. évi megszületésével. A de Broglie elmélet az anyaghullámok hullámhosszát definiálja, de az amplitúdóját nem. A tömeghez hosszúság dimenziójú mennyiség rendelhető, amelyet *tömegamplitúdónak* neveztem el, erről számoltam be a honlapomon:

<http://www.geocities.com/fhunman/massampl.pdf>

Tetszőleges tömeghez (nagyságtól függetlenül), *anyaghullám* (tömeghullám) rendelhető. A tömeghullám (anyaghullám) amplitúdója:

$$A^2 = AA^* \equiv (a + ib)(a - ib) = a^2 + b^2 = C^2 m^2 \quad (1.1)$$

SI rendszerben az egységnyi értékű C dimenzionáló tényezőt a továbbiakban nem írom ki, a tömeg és amplitúdó jelölést azonos értelemben használom. Fontos megemlíteni, hogy az (1.1) állítás levezethető a speciális relativitáselmélet kiterjesztésével:

<http://www.geocities.com/fhunman/relativity.pdf>

A klasszikus hullámtan szerint a hullám energiája arányos a hullám amplitúdójának négyzetével, amely itt megfelel az m tömeg nyugalmi energiájának:

$$E_0 = K \times AA^* = K(a^2 + b^2) = Km^2 \quad (1.2)$$

A K tényezőt, tisztán kényelmi szempontból, a továbbiakban egységnyiinek veszem, és így nem írom ki. A képlet fizikai háttere teljesen érthető, ha a gravitációra gondolunk, ugyanis a gravitációs energia a kölcsönható tömegek szorzatával arányos. A jelen munkában az anyaghullámok és a gravitáció kapcsolatát vizsgálom. Megmutatom, hogy a gravitációs kölcsönhatás az anyaghullámok interferenciájára vezethető vissza.

2. Az anyaghullámok interferenciája

Két tetszőleges tömeg interferenciáját vizsgálom:

$$mm^* \equiv m^2 = (m_a + m_b)(m_a + m_b)^* \equiv m_0^2 + 2m_a m_b \cos \alpha, \quad (2.1)$$

ahol:

$$m_0^2 = m_a m_a^* + m_b m_b^* \equiv m_a^2 + m_b^2. \quad (2.2)$$

A két tömeghullám fáziskülönbsége α , amely gravitáció esetén csak a koordináta függvénye lehet:

$$\cos \alpha = -G / 2r. \quad (2.3)$$

Newton gravitációs potenciálja tehát a tömeghullámok interferencia tagjával azonosítható:

$$V(r) = 2m_a m_b \cos \alpha = -Gm_a m_b / r. \quad (2.4)$$

A (2.1) amplitúdó-négyzet (tömegnégyzet) a következő alakban is felírható:

$$m^2 = m_0^2 + 2m_a m_b \cos \alpha = (m_0 + a)^2 \equiv m_0^2 + a^2 + 2m_0 a \quad (2.5)$$

A tömeg megváltozása két lehetséges okra vezethető vissza: a két kölcsönható tömeg közötti interferenciára, vagy a nyugalmi tömeg és egy harmadik, az „a” tömeg interferenciájára. A (2.5) egyenlet megköveteli, hogy a kétféle interferencia eredménye azonos legyen.

3. Newton törvényének általánosítása

A szekunder interferencia tag a (2.5) egyenletből:

$$2m_0 a = 2m_0^2 \times \left[\sqrt{1 + \frac{2m_a m_b \cos \alpha}{m_0^2}} - 1 \right]. \quad (3.1)$$

Határesetben, amikor $m_a \ll m_b$, felírhatjuk a következő közelítést:

$$2m_0 a \cong 2am_b \cong 2m_a m_b \cos \alpha \Rightarrow a \cong m_a \cos \alpha. \quad (3.2)$$

A (2.5) egyenletnek tetszőleges nagyságú tömegekre fent kell állnia, ezért (3.2)-t figyelembe véve, (2.5) szükségszerűen csak a következő alakú lehet:

$$m^2 = m_0^2 + 2m_a m_b \cos \alpha = m_0^2 + a^2 + 2m_0 a \cos \alpha \quad (3.3)$$

Célszerű a kétféle interferenciának eltérő elnevezéseket adni. A két kölcsönható tömeg interferenciáját *primer interferenciának*, a harmadik tömeg bevonásával definiált interferenciát *szekunder interferenciának* nevezem. Az egyértelmű definíció céljából külön felírom a kétféle interferencia tagot:

$$\begin{aligned} 2m_a m_b \cos \alpha(r) &\Rightarrow \text{primer interferencia} \\ 2am_0 \cos \alpha(r) &\Rightarrow \text{szekunder interferencia} \end{aligned} \quad (2.6)$$

A szekunder interferencia megjelenése a *nukleon-nukleon szórásra* emlékeztet, ugyanis a felgyorsított nukleonok ütköztetésekor újabb részecskék, a *mezonok* jelennek meg, kisebb energiáknál tipikusan a π -mezonok.

A (3.1) egyenletnek $\cos \alpha = 1$ esetben is teljesülni kell, amiből az „a” amplitúdó meghatározható:

$$a = m_0 \times \left[\sqrt{1 + \frac{2m_a m_b}{m_0^2}} - 1 \right]. \quad (2.7)$$

A szekunder interferencia tag végleges alakja tehát a következő alakban írható fel:

$$V(r) = 2am_0 \cos \alpha \equiv -\frac{Gm_0^2}{r} \times \left[\sqrt{1 + \frac{2m_a m_b}{m_0^2}} - 1 \right]. \quad (2.8)$$

Határesetben ez a kifejezés, amikor az egyik tömeg jóval kisebb, mint a másik, Newton eredeti potenciálját adja vissza. A (2.8) potenciális energia kifejezést a newtoni potenciál szekunder alakjának nevezhetők, röviden szekunder Newton törvénynek. Newton eredeti alakú potenciálját, megkülönböztetésül, primer Newton potenciálnak, vagy primer Newton törvénynek nevezhetjük.

Célszerű az S kétváltozós tömegfüggvény (interferencia tag) bevezetése:

$$S_N(m_a, m_b) = 2am_0 \equiv 2m_0^2 \left[\sqrt{1 + \frac{2m_a m_b}{m_0^2}} - 1 \right]. \quad (2.9)$$

akkor a newtoni határeset:

$$S_N(m_a, m_b) \Rightarrow S_0(m_a, m_b) \equiv 2m_a m_b; \quad (m_a \ll m_b). \quad (3.6)$$

Az általánosított gravitációs potenciál szembeűnő tulajdonsága, hogy szemben a newtoni potenciállal, hogy a kölcsönható tömegekben *nem lineáris*. Ebből következik, hogy összemérhető nagyságú tömegek esetén nem érvényes a *szuperpozíció elve*. Ennek fontos következménye, hogy általános esetben nem érvényes az a módszer, hogy egy testet felosztjuk kisebb tömegekre, és a páronként a számított gravitációs erőt, vagy energiát egyszerűen összeadjuk. A newtoni határesetben, amikor az egyik tömeg elhanyagolhatóan kicsi a másikhoz képest, a szuperpozíció elve elegendő pontossággal teljesül.

A gravitáció hétköznapi megjelenési formáira, úgymint a Naprendszer bolygóira, illetve a földi tárgyak súlymérésére a newtoni közelítés nagy pontossággal érvényes. A gravitáció *Cavendish* típusú méréseinél a gerjesztő tömegek szokásosan nagyságrendekkel nagyobbak a torziós inga mintatömegeinél, tehát az ilyen mérésekkel sem lehet dönteni a primer newtoni, vagy a szekunder newtoni erőtvény érvényessége között. Az mindenesetre kísérleti tény, hogy a laboratóriumi, illetve nem-laboratóriumi G mérések akár *2-3 százalékkal* is eltérhetnek. Nem-laboratóriumi mérés például egy víztározó gravitációs térerejének mérése, leengedett, illetve feltöltött tározó mellett. A gravitációs irodalomban a G állandó ilyen vonatkozású pontatlansága már régóta gondot okoz.

4. A BS (Bodonyi-Sarkadi) gravitáció

A múlt század kilencvenes éveiben Bodonyi Lászlónak sikerült tanulmányoznia az összemérhető testek gravitációját viszonylag nagyméretű és nagytömegű fizikai ingákkal. A kísérleteket jómagam is sikeresen megismételtem. A kísérletek részleteiről a honlapom gravi-

táció fejezetében több helyen foglalkozom. A kísérletek meglepő eredménnyel végződtek, az egymással összemérhető nagyságú tömegek közötti energia-átadás a tömegek különbségével volt arányos. A mérések kiértékelése a newtoni gravitációs potenciál egyszerű korrekciójával történt:

$$V(r) = -Gm_a (m_b - m_a) / r; \quad (m_b \geq m_a), \quad (4.1)$$

A kísérletek szerint egyenlő, vagy közel egyenlő tömegek esetén a gravitációs kölcsönhatás minimálisra csökkent. A newtoni erőtvény (4.1) módosításának a hétköznapi gyakorlatban nincs jelentősége, ugyanis amint az előzőekben említettem, az ellenőrizhető esetekben ugyanis a mérőtömegek nagysága messze elhanyagolható a forrástömegek nagysága mellett.

Bodonyi-Sarkadi (BS) elv:

Két, minden fizikai paraméterben megegyező objektum között vonzó kölcsönhatás, illetve kötött állapot nem jön létre.

Ha az Olvasó elgondolkozik ezen a kijelentésen, nemigen talál ellenpéldát. (Az egyenlő tömegű, szimmetrikus kettőscsillagok sem kivételek, ennek részleteiről a honlapom gravitációval foglalkozó részében adok helyes értelmezést.)

A (4.1) gravitációs törvényt, megkülönböztetés céljából *primer BS gravitációnak* neveztem el, aminek az a lényege, hogy a gravitációs kölcsönhatás jó közelítésben a kölcsönható tömegek különbségével arányos. A *szekunder BS gravitáció* képletét automatikusan fel tudjuk írni a (2.8) ismeretében, csupán az m_b tömeget $m_b - m_a$ tömeggel kell helyettesíteni:

$$V(r) = -\frac{G}{2r} S_{BS}(m_a, m_b), \quad (4.2)$$

ahol

$$S_{BS}(m_a, m_b) = 2m_0^2 \left[\sqrt{1 + \frac{2m_a(m_b - m_a)}{m_0^2}} - 1 \right] \quad (4.3)$$

$$m_0^2 = m_a^2 + (m_b - m_a)^2; \quad (m_b \geq m_a)$$

5. A gravitáció tömegarány függése

Megmutattuk, hogy a gravitáció tömegek szerinti linearitása (*bilinearitása*) csak speciális határesetben, a newtoni gravitáció esetében teljesül. Az újonnan bevezetett gravitációs kölcsönhatási formákat jellemzi egy fontos arányszám, éspedig a kölcsönható tömegek optimális *tömegaránya*.

Legyen adott egy M tömeg, kérdés, hogy milyen arányban osszuk fel az M -et úgy, hogy a gravitációs kölcsönhatásnak maximum értéke legyen. Az (2.4) newtoni gravitáció esetén a válasz egyértelmű, az M tömeget két egyenlő részre kell felosztanunk. A BS gravitáció esetén azonban éppen az egyenlő tömegeknél kapjuk a zérus gravitációt. A (4.1) BS gravitáció maximumát ugyanis a következő függvény deriváltja határozza meg:

$$\frac{d}{dm} [m(M - 2m)] = 0 \Rightarrow m = M / 4. \quad (5.1)$$

Ez az eredmény azért figyelemreméltó, hogy mint ismeretes, az egyik legerősebben kötő atommag, a He-4 (alfa részecske) tömege négy, közel egyenlő nukleontömeg kötött állapota. A nukleonok, atommagok kötésére igaznak tűnik, hogy az erős kölcsönhatás első közelítésben a kölcsönható tömegek különbségével arányos. Ezt alátámasztja a következő gondolatmenet: Az alfa részecske elvileg létrejöhet négy nukleon közvetlen fúziójával, vagy két deutérium fúziójával, valamint egy trícium és egy proton, vagy He-3 és egy neutron fúziójával. Mind-egyik esetben a disszipált energia (a kötési energia negatívja) különböző lesz, a legerősebb disszipáció nyilván a négy nukleon közvetlen fúziója esetén valósulna meg. A fúziós kísérletek egyértelműen igazolták, hogy a deutérium-deutérium fúzió (egyenlő tömegek) valószínűsége lényegesen kisebb, mint például a deutérium-trícium esetén (eltérő nagyságú tömegek). Az első, működésképes hidrogénbomba összetételéről annyit lehet tudni, hogy az valóban deutérium-trícium keveréket tartalmazott.

A gravitációs kötési energia erősségét az S tömegfüggvény nagysága határozza meg. Legyen a kölcsönható tömegek összege egységnyi, számítsuk ki a különböző gravitációs formák erősségét. Primer newtoni gravitáció esetén:

$$\begin{aligned} \max S &= \max (2m_a m_b) = 1/2 \\ m_a + m_b &= 1; \quad m_a = m_b = 1/2 \end{aligned} \quad (5.2)$$

A (4.1) primer BS gravitáció optimális tömegaránya (5.1) szerint:

$$\begin{aligned} \max S &= \max [2m_a (m_b - m_a)] = 1/4 \\ m_a + m_b &= 1; \quad m_a = 1/4; \quad m_b = 3/4; \quad m_a / m_b = 1/3 \end{aligned} \quad (5.3)$$

A primer BS gravitáció az 1 : 3 tömegaránynál maximális. Visszatérve a magfizikára, az alfa részecske kötési energiájának nagy ugrása van trícium + proton, illetve He-3 + neutron egyesülése esetén. Legyen a nagyobb tömeg egységnyi, akkor az utolsó nukleon kötési energiája arányos lesz a következő kifejezéssel:

$$\begin{aligned} Q &= m_a (m_b - m_a) = 2/9 \\ m_a / m_b &= 1/3; \quad m_a = 1/3; \quad m_b = 1 \end{aligned} \quad (5.4)$$

A Q dimenzió nélküli szám különleges szerepet játszik a fizikában, erről részletesen olvashatunk a honlapomon, a következő linken:

<http://www.geocities.com/fhunman/qfiz.pdf>

6. A gravitációs két-test probléma

Amint már a fentiekből szó esett, a módosított gravitációs törvényeknek a hétköznapi, ismert esetekben nincs jelentősége, mivel a kölcsönható tömegek közül az egyik lényegesen,

nagyságrendekkel kisebb a másikonál. Összemérhető nagyságú tömegek esetén már figyelembe kell vennünk a Newton törvényétől való eltéréseket. Az elméleti módosítások érvényességét speciális kísérletekkel (például a fizikai ingás mérésekkel) ellenőrizhetjük, de határesetként vizsgálhatjuk a Föld-Hold gravitációs kettősrendszert.

Összemérhető nagyságú tömegek gravitációs kölcsönhatását már két-test problémaként kell kezelnünk. A két-test probléma megoldását a mechanika már régóta ismeri, a redukált tömeg fogalmának bevezetésével a két-test probléma az egyszerűen kezelhető egy-test problémára vezethető vissza. A redukált tömeg a fenti jelölésekkel:

$$\mu = \frac{m_a m_b}{m_a + m_b}. \quad (6.1)$$

Az energia-egyenlet a redukált tömegre a következő:

$$\frac{1}{2} \mu v^2 = -\frac{1}{2} V(r). \quad (6.2)$$

azaz a kinetikus energia a gravitációs potenciális energia negatívjának a fele (*virial tétel*). Ebből az egyenletből levezethető Kepler III. törvénye:

$$a^3 \omega^2 = -V(r) / \mu; \quad (\omega \equiv 2\pi / T). \quad (6.3)$$

Az egy-test probléma megoldása visszatranszformálható az eredeti két-test probléma megoldására. Mint ismeretes, a két tömeg a közös tömegközéppont körül kering egymással ellentétes fázisban T periódussal. A két tömegpont maximális távolságának felével egyenlő a képletben szereplő „ a ” távolság. Ez a redukált tömeg ellipszis pályájának fél nagytengelye. Az általánosított gravitációs potenciálokat a Föld-Hold gravitációs rendszerre, mint két-test problémára alkalmaztam, az eredmények itt érhetők el:

<http://www.geocities.com/fhunman/moon.pdf>

7. Számítások

Az alábbiakban megadjuk a két szekunder interferencia optimális tömegarányait. A közvetlen meghatározási módszer az, hogy a megfelelő tömegfüggvényeket az egyik tömegparaméter szerint differenciáljuk, azzal a feltétellel, hogy a két kölcsönható tömeg összege állandó. Az analízis szabálya szerint a szélsőértéket a derivált függvény zérushelyei határozzák meg. Egyszerűbb a számítógépes maximumkeresés *Monte-Carlo* módszerrel. A számítógépes programok listái a dolgozat végén, a **Függelékben** találhatók.

A szekunder newtoni potenciál tömegfüggvénye:

$$S_N(m_a, m_b) = 2am_0 \equiv 2m_0^2 \left[\sqrt{1 + \frac{2m_a m_b}{m_0^2}} - 1 \right]. \quad (7.1)$$

$$m_0^2 = m_a^2 + m_b^2; \quad m_a > 0; \quad m_b > 0$$

A számítás eredménye:

$$\begin{aligned} \max S_N &= \sqrt{2} - 1 = 0.414213... \\ m_a + m_b &= 1; \quad m_a = m_b = 1/2; \quad m_a / m_b = 1 \end{aligned} \quad (7.2)$$

Az eredeti, newtoni gravitációval számolva $S = 0.5$, tehát a szekunder interferencia erőssége kisebb, mint a primer interferencia. Érdekes, hogy a tömegarány nem változik.

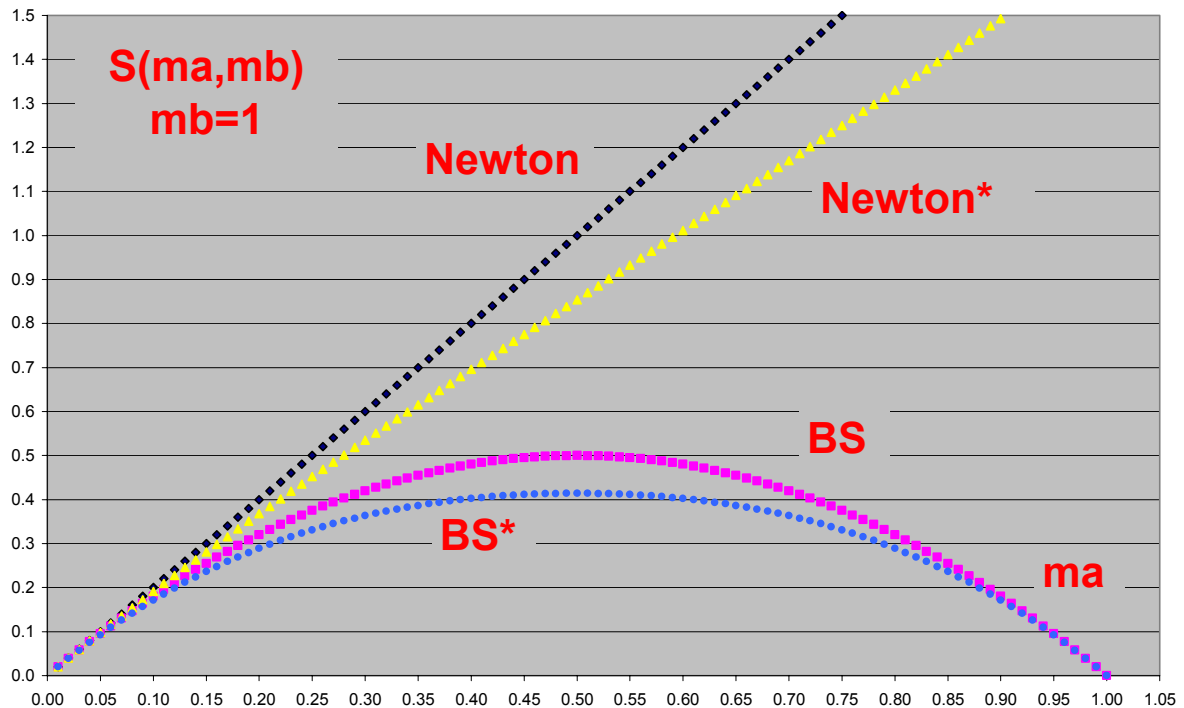
A szekunder BS potenciál tömegfüggvénye:

$$\begin{aligned} S_{BS}(m_a, m_b) &= 2m_0^2 \left[\sqrt{1 + \frac{2m_a(m_b - m_a)}{m_0^2}} - 1 \right] \\ m_0^2 &= m_a^2 + (m_b - m_a)^2; \quad (m_b \geq m_a > 0) \end{aligned} \quad (7.3)$$

A számítás eredménye:

$$\begin{aligned} \max S_N &= 0.214890...; \quad m_a + m_b = 1; \\ m_a &= 0.229381...; \quad m_b = .770618...; \quad m_a / m_b = 1/3.359545... \end{aligned} \quad (7.4)$$

A tömegfüggvények ábrázolása:



A grafikon az S tömegfüggvényeket ábrázolja összehasonlítás céljából. Az egyik tömeg konstans: $m_b = 1$, a változó az m_a tömeg a $[0,1]$ tartományban. A primer newtoni tömegfüggvény pontosan lineáris (fekete pontok), a szekunder newtoni tömegfüggvény jó közelítésben lineáris, de kisebb meredekséggel (sárga pontok). A primer BS gravitáció tömegfüggvénye egy

szabályos, lefelé nyíló parabola (lila pontok), a szekunder BS gravitáció tömegfüggvényét a kék pontok ábrázolják. Megállapítható, hogy a primer, illetve szekunder gravitációs tömegfüggvények alakja hasonló, ezért csak a kísérletek feladata a primer, illetve szekunder interferencia közötti döntés. A Föld-Hold rendszerre végzett számításom a nagy pontosságú mérési adatokra alapozva, a szekunder BS gravitáció érvényességét támasztja alá.

A különböző tömegfüggvények nagy tömegarányoknál ($m_a \ll m_b$) gyakorlatilag megegyeznek, a grafikonon is jól látható, hogy arányosak a kisebbik, az m_a tömeggel. Ez felel meg a valóságban leggyakoribb alkalmazási eseteknek. Nincsenek tehát közvetlen kísérleti bizonyítékaink arra, hogy összemérhető nagyságú tömegek esetén melyik tömegfüggvény írja le helyesen a gravitációt. A különböző gravitációs tömegfüggvények közötti választáshoz tehát összemérhető nagyságú tömegekkel kell gravitációs kísérleteket végezni. Ennek egy alkalmas eszköze a fizikai inga.

A grafikon adatait a GLIN.BAS programmal számítottam, ami a **Függelék** végén található.

Függelék

A szekunder newtoni gravitáció maximuma:

```
REM MNEWTON.BAS SARKADI DEZSO 2009. FEBRUAR
REM ALTALANOSITOTT NEWTON GRAVITACIO
REM SZEKUNDER INTERFERENCIA
REM MA + MB = 1
A$ = "***** MNEWTON.BAS *****"
REM =====
DEFDBL A-Z: DEFINT N: CLS
S0 = 0: NN = 30000
DX = .0001 * RND
MA0 = .5
REM MAIN=====
100 RANDOMIZE TIMER: N = N + 1
IF N > NN THEN 200
MA = MA0 + DX * (RND - .5)
MB = 1 - MA
IF MA < 0 OR MB < 0 THEN 100
M02 = MA^2 + MB^2
MC = 1 + 2 * MA * MB / M02
S = 2 * M02 * (SQR(MC) - 1)
IF S < S0 THEN 100
S0 = S: MA0 = MA: MB0 = MB
H0 = MB / MA
REM EREDMENYEK: =====
CLS: PRINT: PRINT: PRINT A$: PRINT
PRINT "MA0 ="; MA0: PRINT
PRINT "H0 ="; H0: PRINT
PRINT "S0 ="; S0: PRINT
GOTO 100
200 PRINT "MNEWTON.BAS END"
```

□

Eredmények:

MA0 = 0.4999993379175502 H0 = 1.000002648333306

S0 = 0.4142135623725814

A szekunder BS gravitáció maximuma:

```
REM MBS.BAS SARKADI DEZSO 2009. FEBRUAR
REM BODONYI-SARKADI BS GRAVITACIO
REM SZEKUNDER INTERFERENCIA
REM MA + MB = 1
A$ = "***** MBS.BAS *****"
REM =====
DEFDBL A-Z: DEFINT N: CLS
S0 = 0: NN = 30000
DX = .0001 * RND
MA0 = .229380
REM MAIN=====
100 RANDOMIZE TIMER: N = N + 1
IF N > NN THEN 200
MA = MA0 + DX * (RND - .5)
MB = 1 - MA
IF MA < 0 OR MB < 0 THEN 100
IF MA > MB THEN 100
M02 = MA^2 + (MB - MA)^2
MC = 1 + 2 * MA * (MB - MA) / M02
S = 2 * M02 * (SQR(MC) - 1)
IF S < S0 THEN 100
S0 = S: MA0 = MA: MB0 = MB
H0 = MB0 / MA0
REM EREDMENYEK: =====
CLS: PRINT: PRINT: PRINT A$: PRINT
PRINT "MA0 ="; MA0: PRINT
PRINT "MB0 ="; MB0: PRINT
PRINT "S0 ="; S0: PRINT
PRINT "H0 ="; H0: PRINT
GOTO 100
200 PRINT "MBS.BAS END"
□
```

Eredmények:

MA0 = .2293817186057786 MB0 = .7706182813942214

S0 = .2148907515319158 H0 = 3.359545329410606

A tömegfüggvények ábrázolása:

```
REM GLIN.BAS SARKADI DEZSO 2009 FEBRUAR
REM GRAVITACIOS POTENCIAL FORMAK
A$ = "===== GLIN.BAS ====="
DEFDBL A-Z: DEFINT J, K: CLS
DIM N(100), NM(100), BS(100), BSM(100)
DIM DD(100), H(100)
REM =====
D = 1 / 100: FOR K = 1 TO 100
DD(K) = K * D: NEXT K
FOR J = 1 TO 100
MA = DD(J): MB = 1: H(J) = MA
REM NEWTON =====
N(J) = 2 * MA * MB
REM BS =====
BS(J) = 2 * MA * (MB - MA)
REM NEWTON ALTALANOS =====
M02 = MA^2 + MB^2
C = 1 + 2 * MA * MB / M02
NM(J) = 2 * M02 * (SQR(C) - 1)
REM BS ALTALANOS =====
M02 = MA^2 + (MB - MA)^2
C = 1 + 2 * MA * (MB - MA) / M02
BSM(J) = 2 * M02 * (SQR(C) - 1)
NEXT J
REM SAVE =====
OPEN "GLIN.TXT" FOR OUTPUT AS#1
FOR J = 1 TO 100
PRINT#1, H(J), ";", N(J), ";", BS(J), ";", NM(J), ";", BSM(J)
NEXT J
CLOSE#1
PRINT: PRINT: PRINT "OK, MENTVE!"
□
```