UNIVERSIDAD DISTRITAL FJDC
FAC. TECNOLÓGICA
ESPECIALIZACIÓN EN TELECOMUNICACIONES
MEDIOS DE TRANSMISIÓN
"Ondas armónicas de avances progresivos"

Prof. Francisco J. Zamora

1. Soluciones de las ecuaciones diferenciales

En el documento anterior (Trsys1.mcd) se aprecian las ecuaciones diferenciales que rigen las distribuciones de voltaje y corriente a lo largo de una línea de transmsión, cuando el voltaje y la corriente presentan variaciones de tiempo en armónicos de la frecuencia angular ω y los valores de parámetros de circuito distribuído R,L,G y C son apropiados para esta frecuencia.

Las soluciones de estas ecuaciones son relativamente simples, y como se puede comprobar son de la forma:

$$V(z) := V1\cdot e^{-\gamma\cdot z} + V2\cdot e^{\gamma\cdot z}$$

$$I(z) := I1\cdot e^{-\gamma\cdot z} + I2\cdot e^{\gamma\cdot z}$$

Cabe anotar que tanto V e I como las constantes V1, V2, I1 e I2 son todos fasores, estos últimos calculados según las condiciones iniciales (o de frontera) de cada solución particular. La constante γ se define como:

$$\gamma^2 := (R + j\cdot\omega\cdot L)\cdot(G + j\cdot\omega\cdot C)$$

Nótese que γ posee dimensiones de 1/L, el inverso de la dimensión de z, pues el exponente debe ser adimensional. El significado físico de este parámetro se comprende mejor identificando sus partes real e imaginaria:

$$\gamma := \alpha + j\cdot\beta$$

Las correspondientes expresiones para voltaje (y extrapolando, para corriente) en términos instantáneos se pueden obtener recordando las transformaciones fasoriales y su relación con las representaciones en el domino del tiempo. Recuérdese que debido a la identidad de Euler, las funciones en el domino del tiempo siempre se deben representar como cosenos. Según esto:

$$e^{j\cdot\theta} \equiv \cos(\theta) + j\cdot\sin(\theta) \qquad \text{(Identidad de Euler)}$$

$$v(z,t) := |V1|\cdot e^{-\alpha\cdot z}\cdot \mathrm{Re}\left[e^{j\cdot(\omega\cdot t - \beta\cdot z + \xi 1)}\right] + |V2|\cdot e^{\alpha\cdot z}\cdot \mathrm{Re}\left[e^{j\cdot(\omega\cdot t + \beta\cdot z + \xi 2)}\right]$$

donde |V1| y |V2| son las amplitudes máximas de los fasores o coeficientes arbitrarios V1 y V2 (los cuales normalmente representan valores rms) y $\xi 1$ y $\xi 2$ sus respectivas fases en t=0. La función Re { } hace referencia a la parte real (dominio del tiempo) la cual representa cantidades que varían armónicamente con el tiempo y la distancia a lo largo de la línea. Se puede intuir que la variación armónica debida al tiempo únicamente se asocia con V1 y V2 en este caso.

2. ***Significado de las soluciones***

La parte izquierda de la ecuación representa una onda que viaja en el sentido positivo de z y la parte derecha representa una onda reflejada, que viaja en sentido contrario.

La constante de atenuacíón α describe la disminución del tamaño del patrón temporal a medida que las ondas viajan en uno u otro sentido. El máximo valor se encuentra periódicamente cada vez que $\omega t+\xi 1 = n\pi$. (n = 0, 1, 2, …).

Un punto de valor específico avanza a medida que z aumenta (viaja progresivamente) con una velocidad de fase (pues es un punto de fase constante) igual a:

$$vp := \frac{\omega}{\beta}$$

En ciertos medios en donde la velocidad de fase no es la misma para todas las componentes a diferentes frecuencias ω, se hace necesario definir una velocidad de grupo. Este tipo de fenómenos no se estudiarán aquí.

Es importante anotar que V1 es el valor de la onda incidente cuando se aleja de z=0 y que V2 es el valor de la onda reflejada cuando llega a z=0. Por lo tanto, el voltaje fasorial de entrada siempre debe ser Vinp = V1 + V2.

Por lo anterior, notese que la expresión para V2 no es un término creciente, ya que aunque α es positivo, el valor de z es negativo, pues se mide en sentido contrario.

3. Ondas de Corriente

El patrón de ondas de corriente es idéntico, en sistemas lineales, al patrón de voltaje. Sin embargo las relaciones de fase entre V1, V2 e I1,I2, así como entre ellas mismas, generalmente son diferentes y dependen del tipo de terminación de la línea, así como de sus parámetros de circuito distribuído.

4. Ondas Reflejadas

Así como las ondas de luz se reflejan total o parcialmente cuando encuentran una discontinuidad en el medio, las ondas de v e i en una LT presentan el mismo fenómeno cuando la impedancia de carga, o terminal, difiere de la impedancia característica de la línea (la cual cambia con la frecuencia, como también ocurre con Zload).

Desde cierto punto de vista, las ondas reflejadas surgen para ajustar las condiciones de fase y amplitud que impone Zload cuando éstas son diferentes a las de la línea de transmisión, de tal manera que al sumar las ondas incidentes y reflejadas se obtengan las condiciones de amplitud y fase de Zload, cuando z = L .

Estas ondas reflejadas serán nuevamente reflejadas según las condiciones de impedancia interna en el generador. Este conjunto de reflexiones infinitas conforma un patrón que se estudia más adelante, denominado patrón de onda estacionaria.

5. Línea sin ondas reflejadas

Si V2=I2=0, no hay ondas reflejadas, condicion que se obtiene o bien cuando la línea es infinita y la onda reflejada nunca llegará en tiempo real (además que el factor α las extinguiría), o bien cuando Zload = Zcaracterística de la LT.

6. El factor de atenuación *a*

Las ondas de voltaje y corriente se atenúan con la distancia de acuerdo al factor exp(-α|z|). Es conveniente expresar α como una factor en Néperes por unidades de longitud (o dB/Km) . Se dice que una onda se ha atenuado en N Néperes cuando sufre una disminución de amplitud de exp(-N).

Una atenuación de 1 Néper corresponde a $e^{-1} = 0.368$ de la magnitud inicial.

En la actualidad es, sin embargo, más conveniente expresar las atenuaciones en decibeles, lo cual corresponde al mismo principio, pero cambiando la base a 10 en el sistema exponencial.

7. El factor de fase *b*

El término que aparece en las expresiones $e^{-j\cdot\beta\cdot z}$ no afecta la amplitud, pero si la fase de las ondas. Similarmente este término establece que cuando hay ondas armónicas progresivas la fase de los voltajes y corrientes decrece uniformemente a medida que aumenta la distancia z. Las unidades de β son evidentemente radianes por unidad de longitud. Se conoce como constante de fase o coeficiente de propagación de fase. Recuérdese que β está relacionado con la velocidad de fase y con ω y describe que tan rápido se mueven los puntos de fase constante a lo largo de la línea.

8. La longitud de onda de las ondas en la línea

Como en un patrón armónico la distancia en la cual el patrón cambia 2π se define como la longitud de onda, se tiene entonces que:

$$\beta := \frac{2\cdot\pi}{\lambda} \qquad \text{o} \qquad \lambda := \frac{2\cdot\pi}{\beta}$$

Es evidente por lo tanto que el cálculo de β para una línea de transmisión permite predecir la velocidad de fase y longitud de onda para una excitación armónica de frecuencia angular ω dada.

9. Implicaciones de *a* y *b*

Aunque ambas hacen parte de un exponente complejo, la naturaleza real e imaginaria que las diferencia hace que su interpretación física sea diferente, respecto a la propagación de ondas armónicas. Estos parámetros dependen, de manera algo complicada, de los coeficientes de circuito distribuido de la LT, los cuales a su vez dependen de ω. Esto hace presumir que el análisis práctico de la propagación de las ondas en las líneas de transmisión no sea un aspecto sencillo. De hecho, los estudios iniciales de estos fenómenos se basan en muchas suposiciones (restrictivs) que simplifican los cálculos, pero que limitan sus aplicaciones en gran proporción. Los coeficientes se pueden calcular a partir de:

$$\alpha + j\cdot\beta = \sqrt{(R + j\cdot\omega\cdot L)\cdot(G + j\cdot\omega\cdot C)}$$

Evidentemente según las consideraciones anteriores, no es posible suponer que las ondas viajan en las líneas de transmisión a velocidades comparables a las de la luz. Esto solo es aproximado para líneas de bajas pérdidas (R y G lo sufientemente pequeñas) y en altas frecuencias. Además recuérdese que los parámetros R, L, G y C no son independientes el uno de otro.

10. La impedancia característica Zo

Si no hay ondas reflejadas, es fácil evidenciar que las relaciones entre V e I son iguales en magnitud y fase, y son constantes para cada punto de la línea de transmisión uniforme.

El procedimiento para calcular la Zo consiste en retomar las expresiones del gradiente de voltaje dV/dz, calcular dicho gradiente sobre la solución supuesta, e igualar este resultado con el obtenido como función de los parámetros de circuito distribuído R, ω y L, el cual involucra a I (ver capítulo anterior). Luego se opera para obtener el equivalente de V sobre I:

$$\frac{V1}{I1} := \frac{V}{I} = \frac{R + j\cdot\omega\cdot L}{\alpha + j\cdot\beta} = \frac{R + j\cdot\omega\cdot L}{\sqrt{(R + j\cdot\omega\cdot L)\cdot(G + j\cdot\omega\cdot C)}} = \sqrt{\frac{R + j\cdot\omega\cdot L}{G + j\cdot\omega\cdot C}} = Zo = Ro + j\cdot Xo$$

También es frecuente y conveniente en ocasiones utilizar el recíproco de esta cantidad, el cual es la Admitancia característica de la línea.

La impedancia característica es una cantidad importante en LTs, pero es un "intangible", dado que no se puede medir directamente con ayuda de ningún instrumento sencillo. Se puede calcular conociendo los parámetros de la línea para determinada frecuencia, o medir indirectamente a partir de resultados sobre segmentos de longitud conveniente y con terminaciones de carga convenientemente seleccionadas. En algunos casos idealizados es inclusive posible calcular la impedancia característica a partir de la simetría y propiedades de los materiales de las líneas de transmisión.

Es frecuente expresar comercialmente la impedancia característica de las líneas de transmsión comerciales como una cantidad constante y además resistiva, independiente de la frecuencia. Esto evidentemente contradice las expresiones aquí indicadas. La explicación de este fenómeno es que para dichas líneas, a las frecuencias normales de operación (por encima de las decenas o centenares de KHz) los parámetros R,L,G y C son tales que Zo toma un valor aproximadamente constante con una fase de algunos pocos grados. Sin embargo, estas mismas líneas a frecuencias muy bajas pueden aumentar su valor de Zo en un factor de 10 o más y su fase volverse tan grande como 45°.

De lo anterior se concluye que:
1. El único valor de impedancia terminal que constituye terminación no reflexiva es igual a la misma impedancia característica de la línea.
2. La impedancia de entrada (y en cualquier punto hacia el lado de la carga terminal) para cualquier longitud de una línea de transmisión con carga no reflexiva, es igual a la impedancia característica de la línea.

Esta última impedancia no se puede medir, pues la introducción del puente de impedancias causaría flujo de corriente en dos direcciones distintas, dando resultados erróneos.

11. Néperes y decibeles

Como ya se mencionó, el patrón de ondas al propagarse en cualquiera de los dos sentidos de la LT sufre atenuaciones. Es frecuente en ingeniería expresar dichos cambios de niveles referidos a la potencia. La explicación del concepto de néper se explicó antes. El decibel se define para una red cuadripolar lineal pasiva, como una relación logaritmica de la potencia entre los terminales de salida y entrada:

$$P(dB) := 10 \cdot \log\left[\frac{\left(\left|\frac{V2}{Z2}\right|\right)^2}{\left(\left|\frac{V1}{Z1}\right|\right)^2} \cdot \frac{R2}{R1}\right]$$

Aquí se supone que se relacionan las potencias reales obtenidas por efecto Joule (resistencia por cuadrado de la corriente) a la salida y entrada del cuadripolo. Esta expresión se simplifica al máximo si las impedancias ***Z1=Z2=R1=R2= k***, resultando la famosa expresión:

$$P(dB) := 20 \cdot \log\left(\left|\frac{V2}{V1}\right|\right)$$

Es importante recordar que cuando las impedancias y resistencias no son iguales, se deben efectuar las respectivas correcciones para poder emplear las relaciones de potencia en decibeles de una manera apropiada.

Según lo anterior también es facil comprobar que: $P(dB) := 20 \cdot \log\left(e^{N}\right) = 8.686 \cdot N$

Se enfatiza que estas expresiones son válidas solamente si la impedancia en los puntos estudiados es la misma, para cualquier par de puntos en la línea de transmsión, lo cual solamente es posible para ***líneas con terminaciones no reflexivas***. En caso contrario, el patrón de impedancia variará de manera más o menos compleja con la distancia y la frecuencia a lo largo de la línea de transmisión y estos cálculos se deben asistir de métodos más sofisticados.

12. Diagramas Fasoriales

En ocasiones es frecuente expresar visualmente los cambios de amplitud y fase en los patrones temporales, a medida que se incrementa la distancia z, como un diagrama fasorial, el cual no es más que la representación en el plano complejo (polar) de las magnitudes y fases de los fasores a medida que avanza z. Se puede pensar que el conjunto de puntos indicados por las terminaciones de estos fasores describen espirales que se cierran en el sentido de las manecillas del reloj a medida que z aumenta. Para mayores referencias, obeservar diagramas en el texto de Líneas de Transmisión de Chipman.

SOLUCIONES A PROBLEMAS PROPUESTOS:

4.13 Un interruptor se cierra en tiempo t = 0 para conectar un voltaje de señal:

$j := \sqrt{-1}$ $\quad \omega := 2\cdot\pi\cdot 10^4$ $\quad Vm := 5.0$ $\quad T := \frac{2\cdot\pi}{\omega}$ $\quad t := -T, \frac{T}{50} - T .. 3\cdot T$ $\quad v(t) := Vm\cdot\sin(\omega\cdot t - \pi)$

a los terminales de entrada de una línea de transmisión uniforme de longitud $l := 30$ millas cuya atenuación es $\alpha := 0.010$ néperes por milla, y sobre la cual la velocidad de la señal es $vp := 165000$ millas por segundo. La línea está terminada con su impedancia característica.

Sobre una escala común de tiempo que se extiende desde t=0 hasta t= 0.3 milisegundos, grafique el voltaje como una función del tiempo para (a) los terminales de entrada de la línea, (b) el punto central de la línea, y (c) los terminales de carga de la línea.

SOLUCIÓN:

Se definen las funciones para los casos b y c calculando los siguientes parámetros, y realizando las respectvas transformadas fasoriales directas:

$\beta := \frac{\omega}{vp}$ $\quad \beta = 0.381$ $\quad \gamma := \alpha + j\cdot\beta$ $\quad |\gamma| = 0.381$ $\quad \arg(\gamma)\cdot\frac{180}{\pi} = 88.496$

$\lambda := \frac{2\cdot\pi}{\beta}$ $\quad \lambda = 16.5$

Transformación fasorial para v(t) transformando seno en coseno: (equivalente adelantar $\pi/2$!)

$vf(t) := Vm\cdot e^{j\cdot\left(\omega\cdot t - \pi - \frac{\pi}{2}\right)}$

$za := 0$ $\quad zb := \frac{l}{2}$ $\quad zc := l$

Para las anteriores distancias se definen los voltajes fasoriales en los puntos a,b y c:

$va(t) := vf(t)\cdot e^{-\gamma\cdot za}$ $\quad vb(t) := vf(t)\cdot e^{-\gamma\cdot zb}$ $\quad vc(t) := vf(t)\cdot e^{-\gamma\cdot zc}$

Según lo anterior, se grafica la parte real de los fasores definidos (transf. fasorial inversa):

Obsérvese que las funciones anteriores no pueden existir antes del tiempo que se retrasan en la línea, es decir t= 0, y por tanto deben ser funciones definidas por intervalos; para esto se deben usar las definiciones condicionales de mathcad. Primero se calculan los valores de t que hacen que las funciones sean iguales a cero ($n\pi/2$, para n=1,3,5...):

$T = 1\bullet 10^{-4}$

dado que: $\cos\left(\omega\cdot x - 3\cdot\frac{\pi}{2} - \beta\cdot zx\right) = 0$

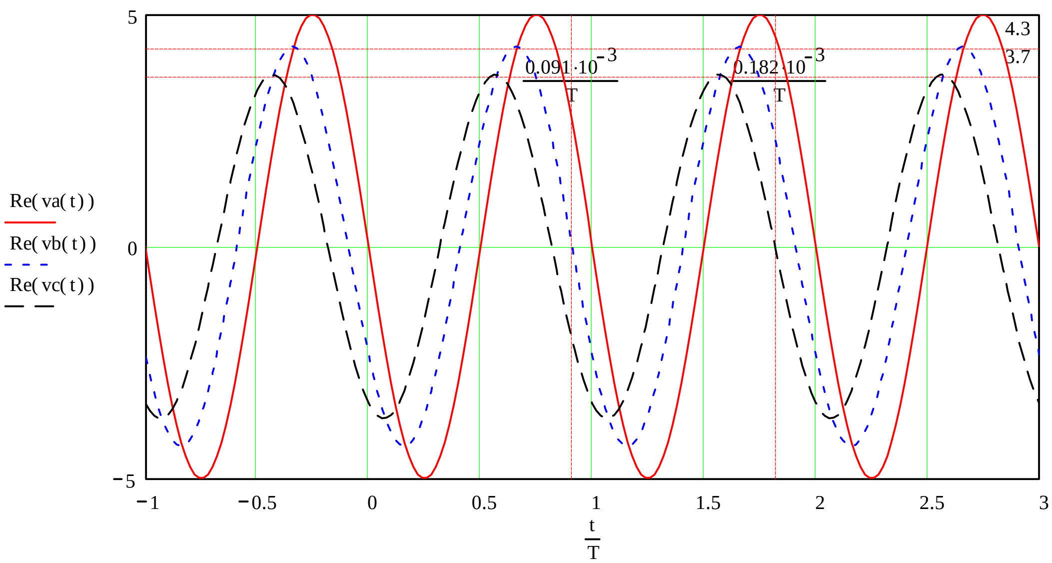
se hallan los valores de x, que corresponden a los retardos en b y en c:

$xa := \frac{2\cdot\pi}{\omega}$ $\quad xa = 1\bullet 10^{-4}$

Este xa es el retardo de la función de referencia respecto de la función seno.

$xb := \frac{2\cdot\pi + \beta\cdot zb}{\omega}$ $\quad xb - xa = 9.091\bullet 10^{-5}$ $\quad xc := \frac{2\cdot\pi + \beta\cdot zc}{\omega}$ $\quad xc - xa = 1.818\bullet 10^{-4}$

Las funciones sin corregir se grafican a continuación



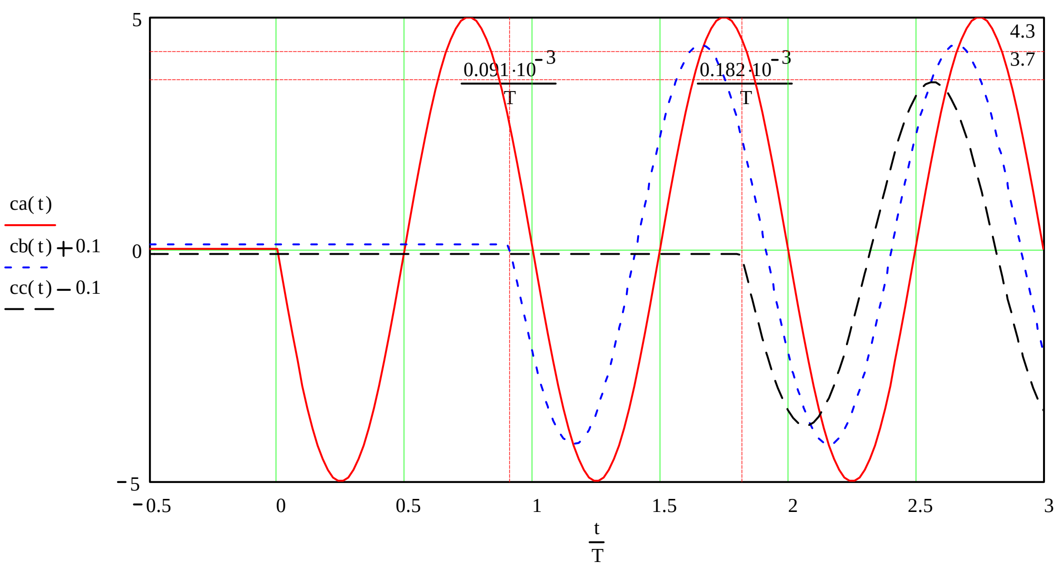
La corrección de las funciones consiste en lo siguiente:

$$ca(t) := \text{if}(t \geq 0, \text{Re}(va(t)), 0)$$

$$cb(t) := \text{if}(t \geq (xb - xa), \text{Re}(vb(t)), 0)$$

$$cc(t) := \text{if}(t \geq (xc - xa), \text{Re}(vc(t)), 0)$$

Uso de la función if en MCAD: La estructura de esta función es: if(condicion, si verdadera, si falsa). La función evalúa la condición y si es verdadera el resultado es lo que esté en "si verdadera", de lo contrario asigna lo que esté en "si falsa".



Las anteriores gráficas corregidas muestran la condición real después de t=0, pues antes de estos retardos calculados, las funciones cb(t) y cc(t) no existen: la perturbación no ha llegado aún a estos puntos de la línea de transmisión uniforme. Notese que se suman + o -0.1 para separarlas.

4.14 La señal de voltaje conectada a los terminales de entrada de una línea de transmisión sin pérdidas, de longitud 300m está dada por: v(t) = 0, t<0; v(t) = 10(1-10^7t), a<t>0.1 μseg; v(t)=0, t>0.1μseg. La velocidad de la señal en la línea es el 80% de la velocidad de las ondas electromagnénticas en el vacío. Grafique el patrón de voltaje sobre la línea cuando a) t= 0.05 μseg b) t= 0.5 μseg.

SOLUCIÓN

Una línea de transmisión sin pérdidas implica que R=G = 0 o por lo menos, pueden considerarse despreciables. Esto hace que evidentemente la constante α pueda asumirse como cero. Dado que β solamente tiene sentido para ondas armónicas, y este no es el caso, las ecuaciones propuestas como soluciones no aplican aquí, pero si el concepto de velocidad de un punto de fase constante, la cual es:

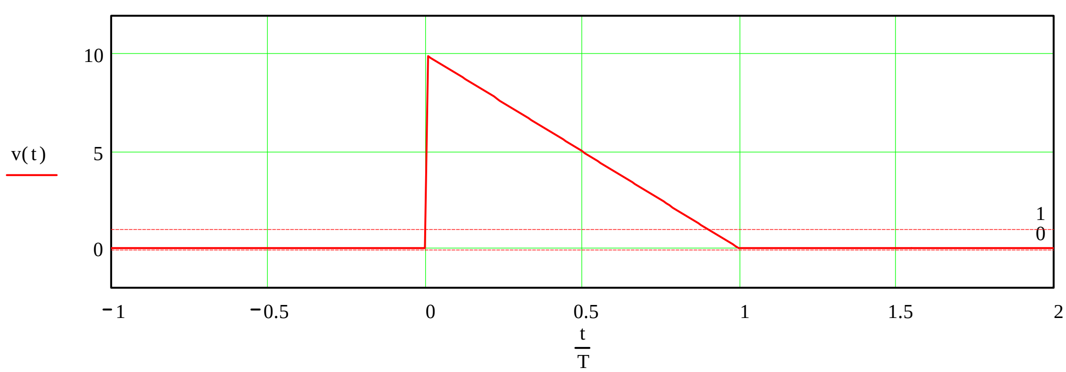
$c := 3\cdot 10^{8}$ $\quad vp := 0.8\cdot c$ $\quad vp = 2.4\bullet 10^{8}$ m/s

Primero se define v(t), con ayuda de la estructura if(condicion, haga para verdadero, haga para falso) del mathcad. Obsérvese que en "condición" se encuentran expresiones con operadores booleanos como =,<,>,=!,<=,>=, x (and), + (or). Además, la función if puede contener otras funciones if anidadas en sus argumentos "haga para verdadero" o para "falso".

Se define un rango conveniente de la variable de rango tiempo, t, en términos de un supuesto período T, que en este caso obviamente no quiere significar que la función v(t) sea periódica, sino que dicho intervalo T enmarca todos los intervalos de tiempo menores aquí definidos:

$T := 0.1\cdot 10^{-6}$ $\quad t := -T, \left(\frac{T}{100} - T\right) .. 2\cdot T$ $\quad v(t) := \mathrm{if}\left[(t>0)\cdot(t<T), 10\cdot\left(1 - 10^{7}\cdot t\right), 0\right]$

La anterior definición se traduce en las siguientes palabras: "v(t) es igual a (1-10^7*t) si t es mayor que 0 Y si t es menor que T, de lo contrario, v(t) es igual a 0". La gráfica de v(t) en z=0 es:



En la anterior gráfica se muestra la función v(t) para un intervalo normalizado (t/T) de [-1,2]. Se muestran marcadores para v(t)= 1 y v(t) = 0. Es pertinente mencionar que idealmente la pendiente en t=0 debe ser infinita (línea completamente vertical) pero que aquí debido al factor de resolución asumido (T/100) esta transición parece suave. Este problema "visual" no es facil de solucionar sin sobrecargar al programa con excesivos cálculos (aumentando el factor de resolución por encima de 100), por lo cual conviene siempre hacer la respectiva aclaración.

Como ya se estudió previamente, las líneas sin atenuación tienen patrones de voltaje expresados por:

$$v(z,t) := f1\left(t - \frac{z}{vp}\right) + f2\left(t + \frac{z}{vp}\right)$$

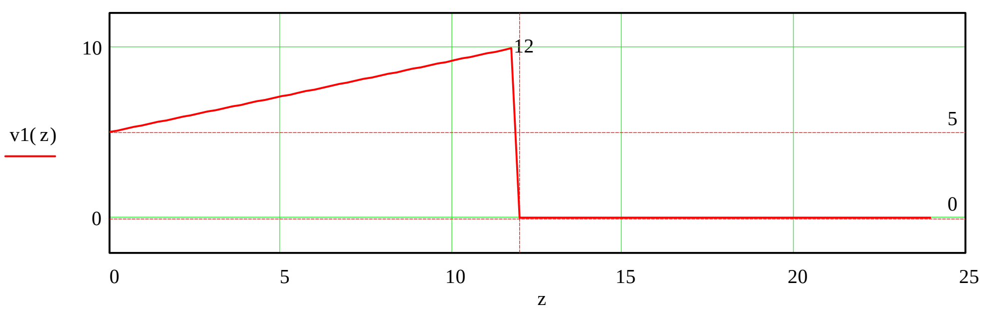
Para el cual el patrón en z=0 corresponde al voltaje que ingresa a la línea de transmisión. Evidentemente que no puede existir patrón de voltaje para distancias mayores a vp.t, que corresponde a la distancia a la cual se encuentra el frente de onda para un tiempo t.

En este caso a considerar,.f2(z,t) no existe pues por el momento se estudian líneas irreflexivas únicamente, por lo que v(z) para t= 0.05 µseg es:

$t1 := 0.05 \cdot 10^{-6}$ $z := 0, \frac{vp \cdot t1}{50} .. 2 \cdot vp \cdot t1$ (ahora z es la variable de rango...)

$vp \cdot t1 = 12$ ...para este tiempo, el frente de onda ha avanzado 12 metros.

$$v1(z) := \mathrm{if}\left[z < (vp \cdot t1), v\left(t1 - \frac{z}{vp}\right), 0\right]$$

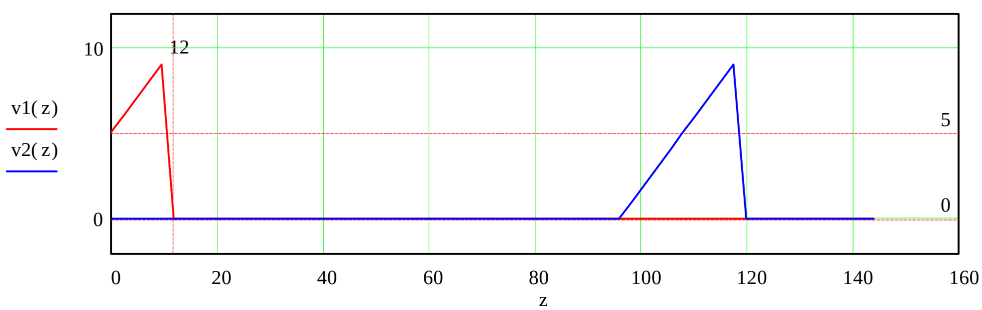


Para otro tiempo, t2:

$t2 := 0.5 \cdot 10^{-6}$ $z := 0, \frac{vp \cdot t2}{50} .. 1.2 \cdot vp \cdot t2$

$vp \cdot t2 = 120$ ...el frente de onda ha avanzado 120 metros.

$$v2(z) := \mathrm{if}\left[z < (vp \cdot t2), v\left(t2 - \frac{z}{vp}\right), 0\right]$$



En la grafica anterior se muestran los dos patrones de voltaje para t=t1 y para t=t2. Obsérvese que la simetria del frente de onda es contraria al patrón observado para v(t). Esto es lógico más no evidente. El estudiante debe analizar esta situación detenidamente y comprender lo que muestran las gráficas.

4.18 Una línea de transmisión tiene un factor de atenuación de 0.050 néperes por milla y está terminada en su impedancia característica. ¿Para qué longitud de línea será el rendimiento de transmisión de potencia de la línea de 50%? Cuál es la atenuación en decibeles de esta longitud de línea?

SOLUCIÓN:

El factor de atenuación afecta las amplitudes de voltajes y corrientes. La potencia depende de los cuadrados de voltajes y corrientes, o del producto directo de voltaje por corriente, por lo tanto el rendimiento de potencia es el cuadrado del rendimiento de voltaje, es decir, la relación de voltaje a la distancia l del generador, sobre el voltaje en el generador (z=0). Sea rv la relación de voltaje, y rp la relación de potencia:

$rp := \frac{50}{100}$ $\quad rv := \sqrt{rp}$ $\quad rv = 0.707$ $\quad \alpha := 0.050$ $\quad l := 0.01$ (Valor arbitrario para l)

Given $\quad \exp(-\alpha \cdot l) = rv$

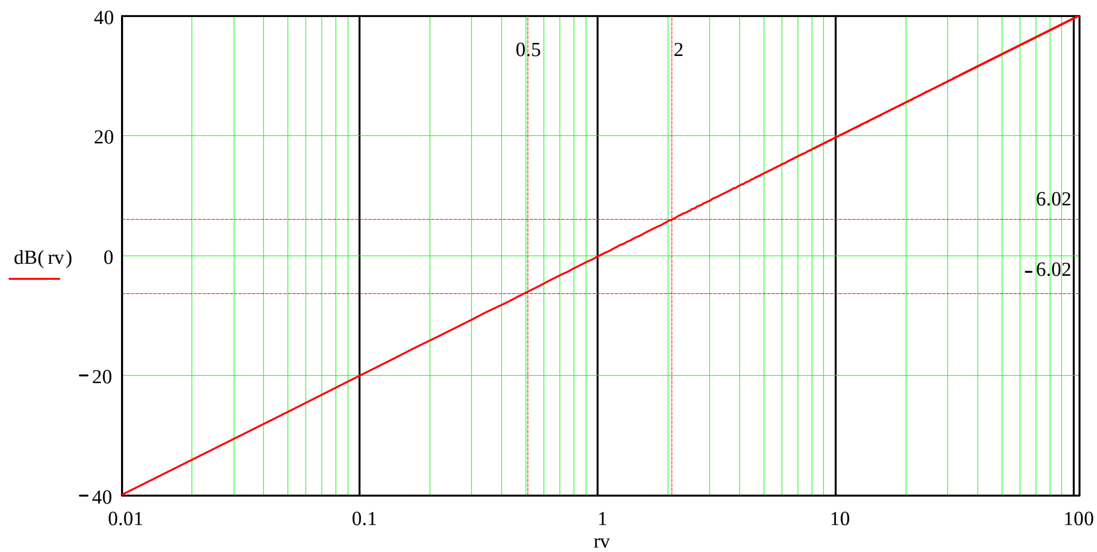
$L := \text{find}(l)$ $\quad L = 6.931$ <--- este es el valor de l que produce rp = 50%

La transformación a decibeles es muy sencilla: $rdb := 8.686 \cdot \alpha \cdot L$ $\quad rdb = 3.01$ dB

O a partir de la misma definición: $rdBp := 10 \cdot \log(rp)$ $\quad rdBp = -3.01$ dB

$rdBv := 20 \cdot \log(rv)$ $\quad rdBv = -3.01$ dB

A continuación una gráfica de referencia: $rv := 0.01, 0.05 .. 100$ $\quad dB(rv) := 20 \cdot \log(rv)$



Nótese que para variaciones de mitad o doble de potencia, rv debe disminuir o aumentar menos o más 6 dB respectivamente. Para el caso de variaciones de relaciones de potencia, rp, estas disminuciones o aumentos tan solo corresponden a menos o mas 3 dB respectivamente.

4.19 Para una línea de transmisión coaxial de dieléctrico plástico flexible RG/58-U, dos de las especificaciones son: que la velocidad de la señal es 66% y que la atenuación a una frecuencia de 50 MHz es 2.7 dB/100 pies. Si se quisiera usar una longitud de este cable para retardar una señal en 1,00 microsegundo entre dos puntos de un circuito que opera a 50MHz, ¿qué longitud de cable se requeriría y en qué factor se reduciría el voltajede la señal mientras se efectúa el retardo?

SOLUCIÓN

Se definen los siguientes parámetros:

$c := 3\cdot 10^{8}\cdot\frac{1}{0.3048}$ $c = 9.843\cdot 10^{8}$ pies/s $k := 0.66$ $vp := k\cdot c$ $vp = 6.496\cdot 10^{8}$

$td := 1\cdot 10^{-6}$ ... es el tiempo de retardo o "delay" $f := 50\cdot 10^{6}$ Hz $\omega := 2\cdot\pi\cdot f$

Se calcula el factor de fase β: $\beta := \frac{\omega}{vp}$ $\beta = 0.484$ rad/pie $\alpha := 0.027$ db/pie

La longitud de onda: $\lambda := \frac{2\cdot\pi}{\beta}$ $\lambda = 12.992$ pies, o también: $\frac{vp}{f} = 12.992$

$T := \frac{1}{f}$ $T = 2\cdot 10^{-8}$ segundos

El retardo se puede expresar en radianes según: $\xi := \frac{td}{T}\cdot 2\cdot\pi$ $\xi = 314.159$

Por lo que la longitud de la línea que produce dicho retardo es: $l := \frac{\xi}{\beta}$ $l = 649.606$

Y el voltaje se reduciría en: $A := l\cdot\alpha$ $A = 17.539$ dB

$\Delta V := 10^{-\frac{A}{20}}$ $\Delta V = 0.133$ Por lo tanto, el valor final es el 13.3% del valor inicial del voltaje.

4.20 Si la impedancia característica de una línea de transmisión a una frecuencia de 5.0 KHz es 350 -j25 Ω, ¿cuál es la admitancia característica a la misma frecuencia? ¿Qué combinación en paralelo de R y C conectada como la carga terminal sobre la línea proveerá una terminación irreflexiva?

$Zo := 350 + j\cdot 125$ $Yo := \frac{1}{Zo}$ $Yo = 2.534\cdot 10^{-3} - 9.05\cdot 10^{-4} j$ $\omega := 2\cdot\pi\cdot 5.0\cdot 10^{3}$

La resistencia paralelo será: $\frac{1}{Re(Yo)} = 394.643$ Ω, y la capacitancia $\frac{|Im(Yo)|}{\omega} = 2.881\cdot 10^{-8}$ F