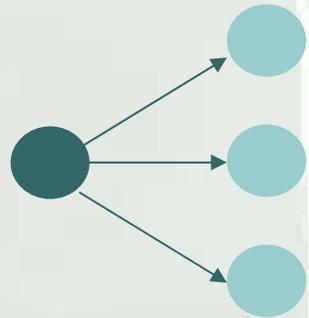


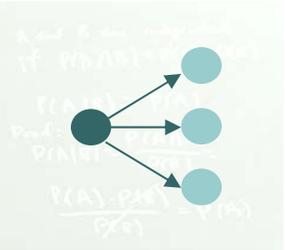
Venn Diagram



Probabilidade

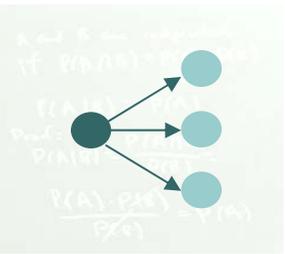
Distribuições Uniforme, Geométrica,
Hipergeométrica e Multinomial

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$
$$\frac{19}{36} = \frac{9}{36} + \frac{9}{36} - \frac{3}{36}$$

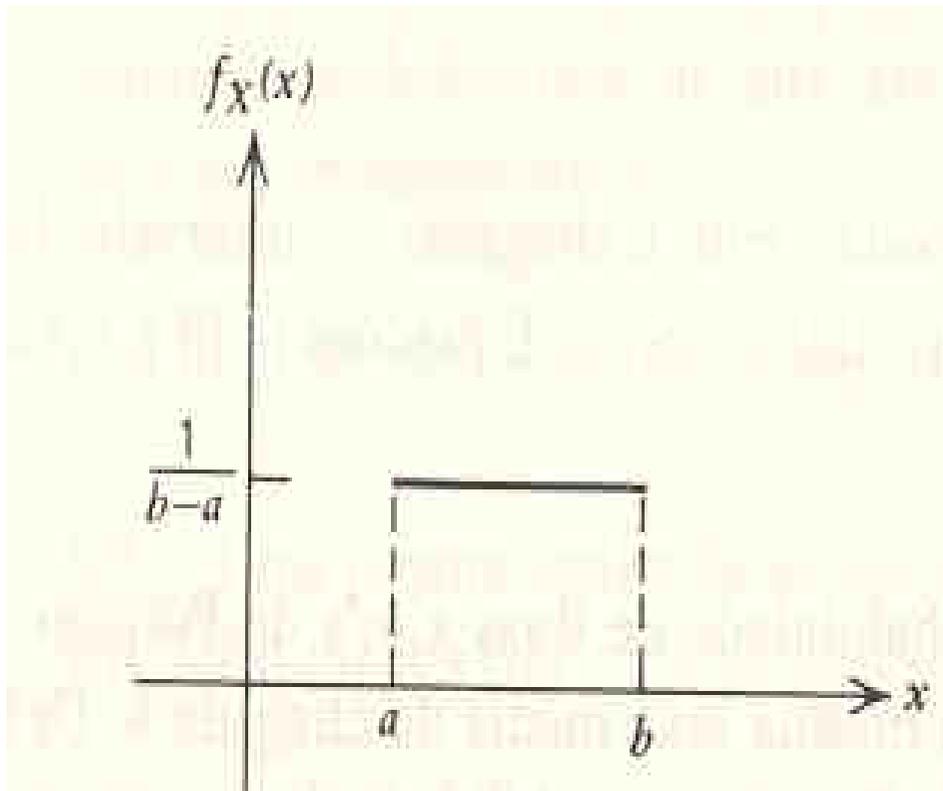


Distribuição Uniforme

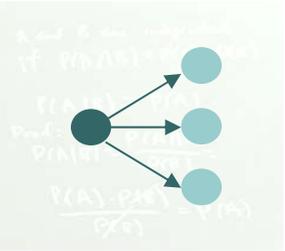
- Usada comumente nas situações em que não há razão para atribuir probabilidades diferentes a um conjunto possíveis de valores da variável aleatória em um determinado intervalo
 - tempo de chegada de um voo
 - distância de posição de cargas em uma ponte, em relação a um pilar terminal
- Usualmente associamos uma distribuição uniforme a uma determinada variável aleatória, simplesmente por falta de informação mais precisa, além do conhecimento do seu intervalo de valores



Distribuição Uniforme



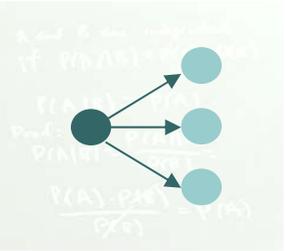
$$f(x) = \frac{1}{b-a} \quad a \leq x \leq b$$



Distribuição Uniforme

EXEMPLO

- Devido a situações imprevisíveis de tráfego, o tempo que um estudante leva para ir de sua casa à aula matutina segue uma distribuição uniforme entre 22 e 30 minutos.
- Se ele sai de casa precisamente às 7:35 da manhã, qual a probabilidade dele não se atrasar para a aula das 8:00 horas?

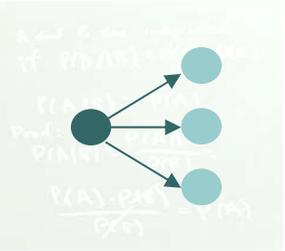


Distribuição Uniforme

SOLUÇÃO

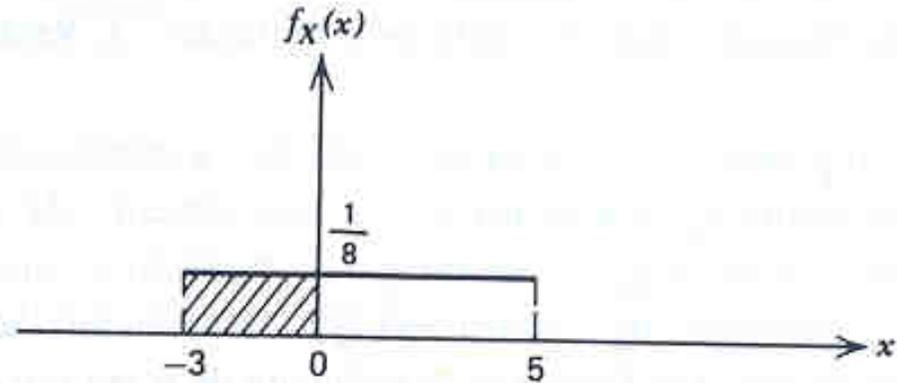
- Seja X o tempo (*minutos*) de chegada do estudante à aula depois de 8:00 horas
- Qual fórmula representa a variável aleatória X ?

$$f(x) = \frac{1}{8} \quad -3 \leq x \leq 5$$

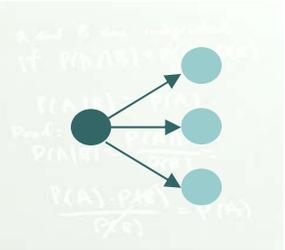


Distribuição Uniforme

- Em termos dos valores de X , qual probabilidade estamos realmente interessados em calcular?
 - $P(-3 \leq X \leq 0)$!!!



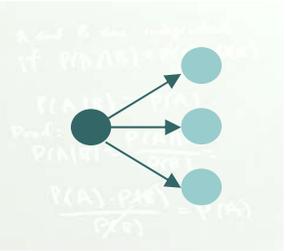
- Do gráfico acima temos que:
 - $P(-3 \leq X \leq 0) = 3 \cdot (1/8) = 3/8$



Distribuição Geométrica

- Aplicada em experimentos que satisfazem a todas as condições de experimentos binomiais, exceto por:
 - Não ter um número finito de provas.

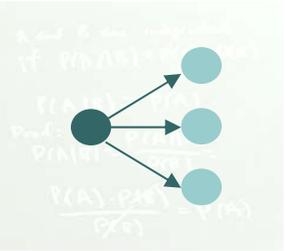
$$P(x) = p \cdot (1 - p)^{x-1}$$



Exemplo

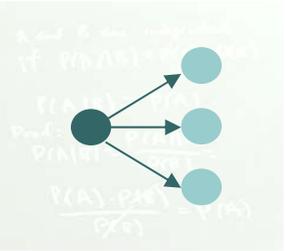
- Suponha que a probabilidade de um componente de computador ser defeituoso é de 0,2. Numa mesa de testes, uma batelada é posta à prova, um a um. Determine a probabilidade do primeiro defeito encontrado ocorrer no sétimo componente testado.

$$P(7) = 0,2 \cdot (1 - 0,2)^{7-1} = 0,0524$$



Distribuição Hipergeométrica

- No caso de amostragem sem reposição de uma população finita, não podemos utilizar a Distribuição Binomial, pois não satisfaz ao critério de probabilidade constante (p) em cada experimento. Nestes casos, utilizamos a **Distribuição Hipergeométrica**.



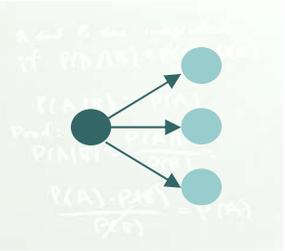
Distribuição Hipergeométrica

- Aplica-se em situações onde:
 - Há N objetos (indivíduos) na população
 - A população divide-se em dois tipos: M objetos do tipo A e $N - M$ objetos do tipo B
 - Escolhe-se uma amostra de tamanho n da população
 - Seja X uma variável aleatória igual ao número de objetos do tipo A na amostra. X tem distribuição hipergeométrica com parâmetros N , M e n
- Ex.: Suponha-se que haja N transistores, dos quais M são MOSFET e $N - M$ são BJT. Extrai-se uma amostra aleatória de n transistores, sem reposição. Qual a probabilidade de exatamente k transistores serem do tipo MOSFET?

Distribuição Hipergeométrica

- Aplica-se em situações onde:
 - Há N objetos (indivíduos) na população
 - A população divide-se em dois tipos: M objetos do tipo A e $N - M$ objetos do tipo B
 - Escolhe-se uma amostra de tamanho n da população
 - Seja X uma variável aleatória igual ao número de objetos do tipo A na amostra. X tem distribuição hipergeométrica com parâmetros N , M e n

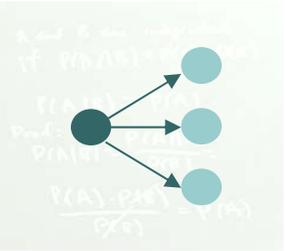
$$P(X = x) = \frac{\binom{M}{x} \binom{N - M}{n - x}}{\binom{N}{n}}$$



Distribuição Hipergeométrica

$$P(x) = \frac{\frac{A!}{(A-x)!x!} \cdot \frac{B!}{(B-n+x)!(n-x)!}}{\frac{(A+B)!}{(A+B-n)!n!}}$$

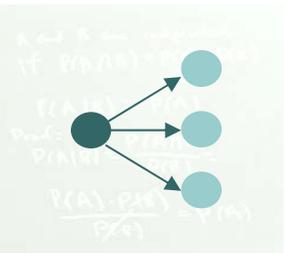
- A objetos de um tipo
- B objetos restantes de outro tipo
- n objetos extraídos sem reposição
- x : objetos do tipo A



Exemplo 1

- Numa Loteria, um apostador escolhe 6 números de 1 a 54. Qual a probabilidade dele acertar 5 números?
 - $M=6$; $N-M=48$; $n=6$; $x=5$

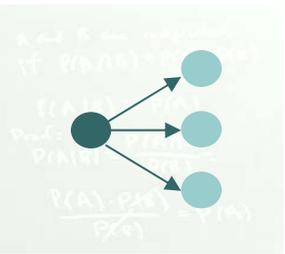
$$P(x) = \frac{\frac{6!}{(6-5)!5!} \cdot \frac{48!}{(48-6+5)!(6-5)!}}{\frac{(6+48)!}{(6+48-6)!6!}} = \frac{288}{25827165} = 1,1151 \times 10^{-5}$$



Exemplo 2

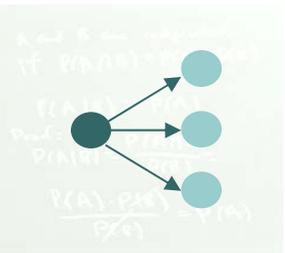
- Na Mega-Sena, um apostador escolhe 7 dezenas dentre 60. Qual a probabilidade dele acertar as 6 dezenas corretas? Compare com a probabilidade dele acertar as 6 dezenas jogando apenas 6 dezenas.
 - $M=6$; $N-M=60-6=54$; $n=7$; $x=6$

$$P(X = x) = \frac{\binom{M}{x} \binom{N-M}{n-x}}{\binom{N}{n}} = \frac{\binom{6}{6} \binom{60-6}{7-6}}{\binom{60}{7}} = \frac{54}{386206920} = 1,3982 \cdot 10^{-7}$$



Preços das Jogadas na Mega-Sena

Dezenas	Aposta	Valor
6	1	1,50
7	7	10,50
8	28	42,00
9	84	126,00
10	210	315,00
11	462	693,00
12	924	1.386,00
13	1716	2.574,00
14	3003	4.504,50
15	5005	7.507,50

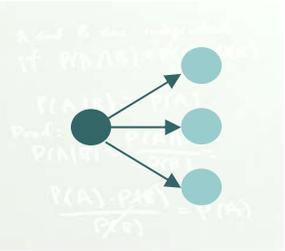


Exemplo 2

- Dividindo a probabilidade de acertar 6 jogando 7, com a probabilidade de acertar 6 jogando 6, tem-se:

$$\frac{1,3982 \cdot 10^{-7}}{1,9974 \cdot 10^{-8}} \approx 7$$

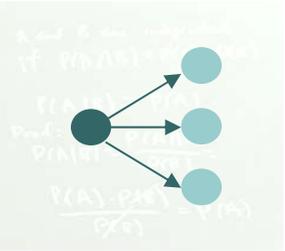
Isto significa que, jogando 7 dezenas, tem-se uma chance 7 vezes maior de acertar as 6 dezenas corretas. Com efeito, o preço pago por um cartão de 7 dezenas é 7 vezes maior que o preço de um cartão com 6 dezenas!



Distribuição Multinomial

- A Distribuição Binomial se aplica apenas nos casos que envolvem mais que 2 tipos de resultados. A **Multinomial** envolve mais que duas categorias.
- Por exemplo, para três resultados:

$$P(x) = \frac{n!}{(x_1!) \cdot (x_2!) \cdot (x_3!)} \cdot p_1^{x_1} \cdot p_2^{x_2} \cdot p_3^{x_3}$$



Exemplo

- Um experimento de genética envolve 6 genótipos mutuamente excludentes identificados por A, B, C, D, E e F, todos igualmente prováveis. Testados 20 indivíduos, determine a probabilidade de obter exatamente:
 - 5 A; 4 B; 3 C; 2 D; 3 E; 3 F

$$P(x) = \frac{20!}{5!.4!.3!.2!.3!.3!} \cdot (1/6)^5 \cdot (1/6)^4 \cdot (1/6)^3 \cdot (1/6)^2 \cdot (1/6)^3 \cdot (1/6)^3$$

$$P(x) = 0,000535$$