

# Probabilidade e Estatística

## Estimativa de uma Proporção Populacional



# Estimativa de uma proporção populacional

- Aplicando os mesmos conceitos de estimativa pontual, intervalo de confiança e determinação do tamanho da amostra a uma proporção populacional ou percentagem:
  - $p$  = proporção populacional
  - $\hat{p} = x/n$  => proporção amostral de sucesso em um evento de tamanho  $n$
  - $\hat{q} = 1 - \hat{p}$  => proporção amostral de insucesso
  - Estimativa pontual:  $\hat{p}$  é a melhor estimativa pontual da proporção populacional  $p$
- Margem de erro

Intervalo de Confiança:

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot \hat{q}}{n}}$$

$$\hat{p} - E < \mu < \hat{p} + E$$

# Exemplo

- Em uma pesquisa com 1068 hóspedes, 673 informaram ter preferência em ver filmes na TV a cabo. Determine:
  - Estimativa pontual da proporção populacional de toda a população de hóspedes.
  - A estimativa intervalar de todos os hóspedes do hotel.

# Exemplo

- Em uma pesquisa com 1068 hóspedes, 673 informaram ter preferência em ver filmes na TV a cabo. Determine:
  - Estimativa pontual da proporção populacional de toda a população de hóspedes.
  - A estimativa intervalar de todos os hóspedes do hotel.
- Resposta a):  $\hat{p} = x/n = 673 / 1068 = 0,63$
- Resposta b):

$$\hat{q} = 1 - \hat{p} = 1 - 0,63 = 0,37$$

$$E = Z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot \hat{q}}{n}} = 1,96 \cdot \sqrt{\frac{0,63 \cdot 0,37}{1068}} = 0,029$$

Intervalo de Confiança:

$$\begin{aligned} \hat{p} - E &< \hat{p} < \hat{p} + E \\ 0,63 - 0,029 &< \hat{p} < 0,63 + 0,029 \\ 0,601 &< \hat{p} < 0,659 \end{aligned}$$

A percentagem de hóspedes que preferem assistir filme é de  $(63 \pm 2,9)\%$  com estimativa de 95% de probabilidade de acerto.

# Determinação do Tamanho da Amostra

- Objetivo: determinar o tamanho necessário da amostra a fim de achar o valor aproximado de uma proporção populacional
- Utilizando Margem de Erro  $E$ , resolver para  $n$ .

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot \hat{q}}{n}}$$

# Determinação do Tamanho da Amostra

- Quando se conhece a Estimativa  $\hat{p}$  :

$$n = \frac{[z_{\alpha/2}]^2 \hat{p}\hat{q}}{E^2}$$

- Quando não se conhece a estimativa, considera-se:

$$\hat{p} = \hat{q} = 0,5$$

$$n = \frac{[z_{\alpha/2}]^2 0,25}{E^2}$$

# Exemplo

- Um instituto de pesquisas quer estimar, com margem de erro de três pontos percentuais, a porcentagem de eleitores que pretendem votar “sim” em determinado referendo. Com  $NC=95\%$ , quantos eleitores devem ser pesquisados?
  - (a) Supor que se tenha uma estimativa de estudo anterior, mostrando que 18% dos eleitores vão votar “sim”;
  - (b) Supor não haver qualquer estimativa.

# Solução: (a)

$$\hat{p} = 0,18 \therefore \hat{q} = 0,82$$

$$NC = 95\% \therefore \alpha = 0,05 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1,96$$

$$E = 0,03 \text{ (três pontos percentuais)}$$

$$n = \frac{[z_{\alpha/2}]^2 \hat{p}\hat{q}}{E^2} = \frac{(1,96)^2 (0,18)(0,82)}{0,03^2} = 630,0224 \approx 631$$

Resposta: pesquisar ao menos 631 eleitores.

# Solução: (b)

$$\hat{p} = ? \therefore \hat{q} = ?$$

$$NC = 95\% \therefore \alpha = 0,05 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1,96$$

$$E = 0,03 \text{ (três pontos percentuais)}$$

$$n = \frac{[z_{\alpha/2}]^2 0,25}{E^2} = \frac{(1,96)^2 (0,25)}{0,03^2} = 1067,1111 \approx 1068$$

Resposta: pesquisar ao menos 1.068 eleitores.

# Interpretação

- Para se ter 95% de confiança de que percentagem amostral está a menos de 3 pontos percentuais da percentagem verdadeira, deve-se selecionar aleatoriamente e pesquisar ao menos 1.068 eleitores (contra 631 se a proporção fosse conhecida). Sem conhecimento prévio da população, é necessário uma amostra maior para obter os mesmos resultados.
- Note que o tamanho da população é irrelevante!