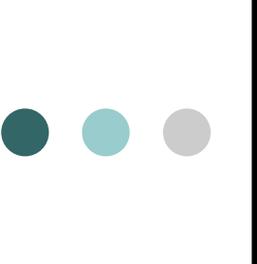




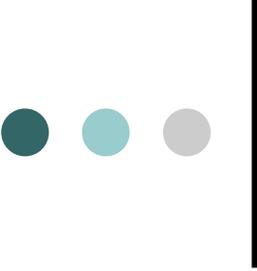
# Probabilidade

Definições, Notação, Regra da  
Adição



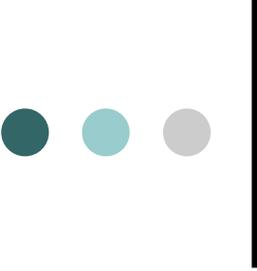
# Definições básicas de probabilidade

- Experimento
  - Qualquer processo de observação ou medida que permita ao pesquisador fazer coleta de informações.
- Evento
  - Coleção de resultados de um experimento
- Evento simples
  - Resultado, ou um evento, que não comporta qualquer decomposição
- Espaço amostral ( $n$ )
  - Conjunto de todos os resultados possíveis



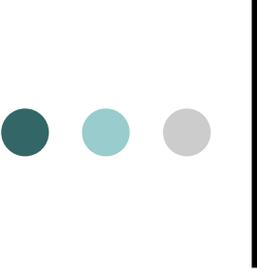
# Definições Básicas

- Exemplo de Experimentos
  - arremesso de um dado
  - teste de funcionamento de uma lâmpada
  - aplicação de uma prova



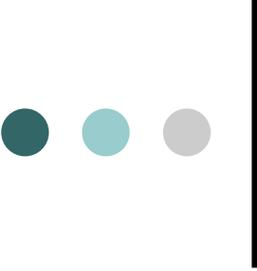
# Definições Básicas

- Um evento é uma coleção de resultados de um experimento
  - teste de funcionamento de uma lâmpada
    - ⌘ Evento: lâmpada funcionando
  - lançamento de um dado
    - ⌘ Evento: face igual a 3
  - aplicação de uma prova
    - ⌘ Evento: nota 8,4



# Definições Básicas

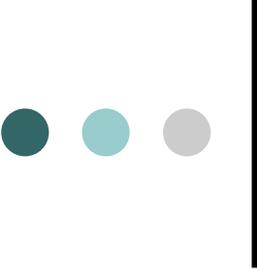
- O espaço amostral de um experimento consiste em todos os resultados (eventos simples) possíveis
  - teste de funcionamento de uma lâmpada
    - ⌘ lâmpada funcionando / lâmpada queimada
  - lançamento de um dado
    - ⌘ 1 / 2 / 3 / 4 / 5 / 6
  - aplicação de uma prova
    - ⌘ 0,0 / 0,1 / ... / 5,5 / 5,3 / ... / 9,9 / 10,0



# Exemplos

## ○ Exemplo 1

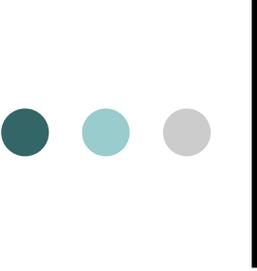
- Experimento: extrair uma carta
- Evento: resultado de uma determinada carta (4 de copas)
- Evento simples: o evento acima já é simples – não pode ser decomposto
- Espaço amostral: os 52 tipos de cartas que proporcionam 52 tipos de eventos possíveis.



# Exemplos

## ○ Exemplo 2

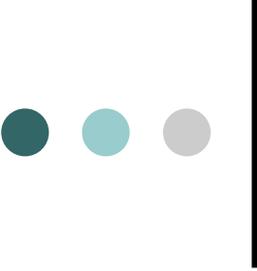
- Experimento: jogada de um dado equilibrado
- Evento: resultado de uma determinada jogada (Ex.: 3)
- Evento simples: o evento acima já é simples – não pode ser decomposto
- Espaço amostral: os 6 números possíveis de um dado.



# Exemplos

## ○ Exemplo 3

- Experimento: jogada de uma moeda
- Evento: resultado de uma determinada jogada (Ex.: cara)
- Evento simples: o evento acima já é simples – não pode ser decomposto
- Espaço amostral: os 2 resultados possíveis de uma moeda (cara ou coroa).



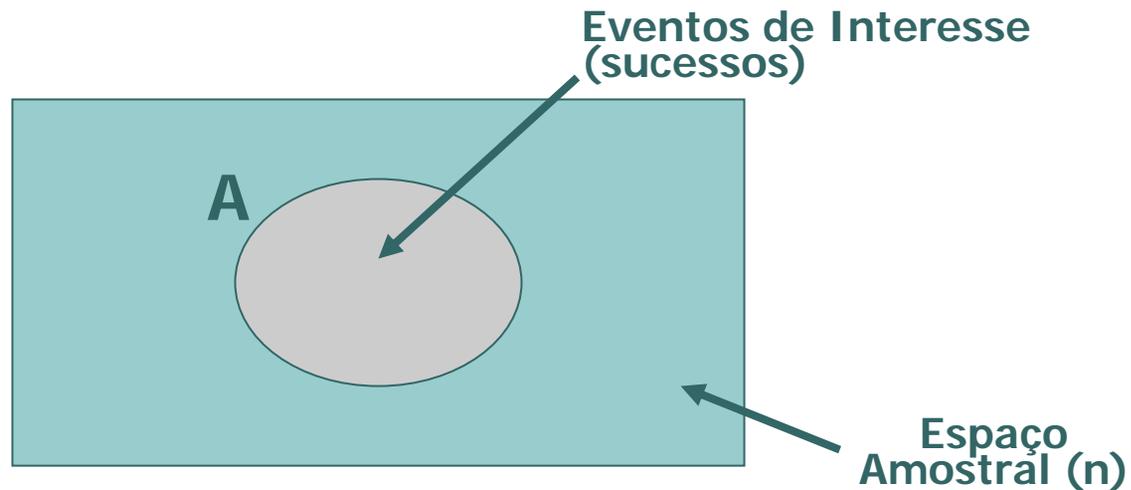
# Exemplos

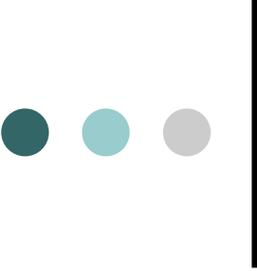
## ○ Exemplo 4

- Experimento: jogada de um mesmo dado, duas vezes
- Evento: resultado da soma de duas jogadas de um mesmo dado (Ex.: 7)
- Evento simples: resultado de uma das jogadas do dado (Ex.: 3 e 4)
- Espaço amostral: a combinação dos eventos simples - os 36 resultados possíveis.

# Diagrama de Venn

- As relações entre espaços amostrais e eventos costumam ser ilustradas por **Diagramas de Venn**.



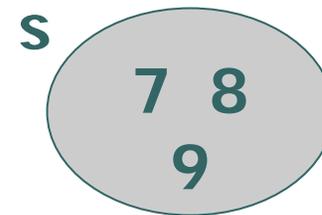
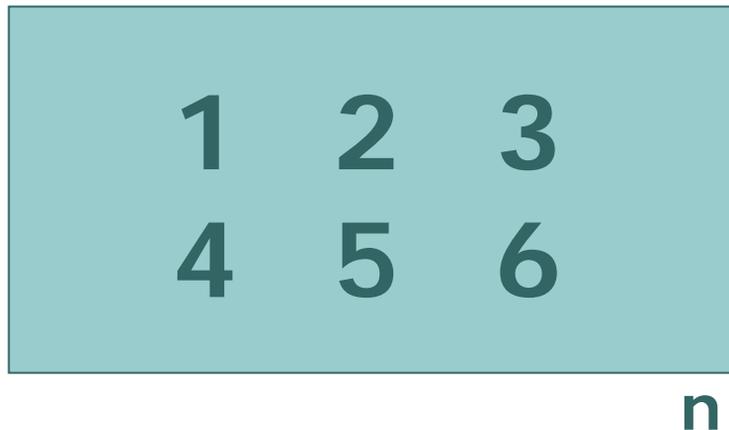


# Notação

- P: denota probabilidade
- A, B, C: denotam eventos específicos
- $P(A)$ : denota a probabilidade de ocorrência do evento A
  - A = “evento” lâmpada funcionando
  - $P(A) = 0,999 \rightarrow$  probabilidade da lâmpada estar funcionando

# Propriedades da Probabilidade

- Probabilidade de um evento impossível = 0
  - Ex.: Probabilidade de dar 7, 8 ou 9 em uma jogada de um dado.
  - $P(A) = s/n = 0/6 = 0$

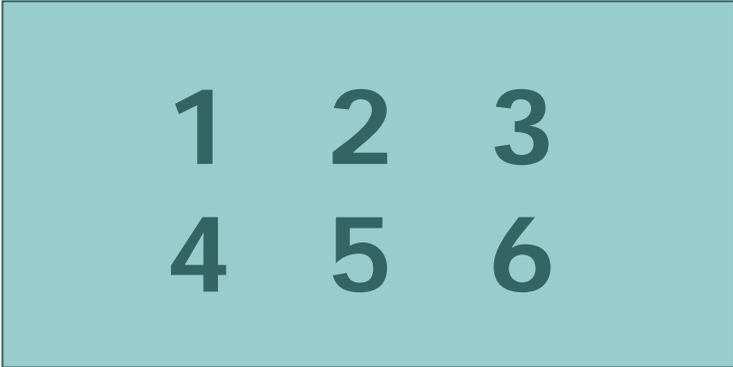


Os eventos de interesse não tem qualquer relação com os resultados possíveis (espaço amostral)



# Propriedades da Probabilidade

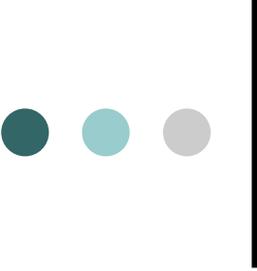
- A probabilidade de um evento cuja ocorrência é ***certa*** é igual a 1
  - Ex.: Probabilidade de dar 1, 2, 3, 4, 5 ou 6 em uma jogada de um dado.
  - $P(A) = s/n = 6/6 = 1$



1	2	3
4	5	6

$s=n$

Os eventos de interesse coincidem com os resultados possíveis – espaço amostral



# Propriedades da Probabilidade

- A probabilidade de qualquer evento  $A$  é um número entre 0 e 1
  - $0 \leq P(A) \leq 1$ 
    - $P(A) = 0 \rightarrow$  evento impossível
    - $P(A) = 1 \rightarrow$  evento certo

# Evento Complementar

- O complemento de um evento  $A$  ( $\bar{A}$  ou  $A'$ ) consiste em todos os resultados possíveis que não satisfazem  $A$ 
  - $P(A') = 1 - P(A)$      $A'$  = complemento de  $A$
  - Ex.: Probabilidade de dar 2 ou 3 numa jogada de um dado

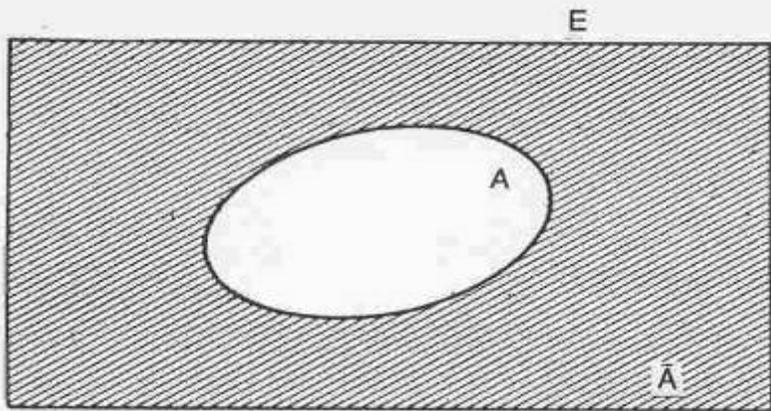


Fig. 4.4 Evento complementar  $\bar{A}$ .

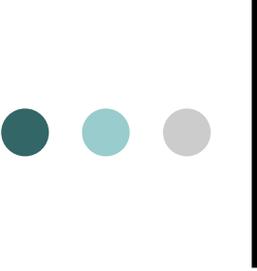
**Evento de Interesse:  $A = 2; 3$**

**Espaço amostral:  $n = 1; 2; 3; 4; 5; 6$**

$$P(n) = 1$$

$$P(A') = P(n) - P(A)$$

$$P(A') = 1 - P(A) = 0,67$$



# Evento Complementar

## ○ Exemplo 1

- Num grupo de 50 pessoas, 30 são mulheres e 20 são homens
- $P(\overline{\text{homem}}) = P(\text{mulher}) = 30/50 = 0,6$

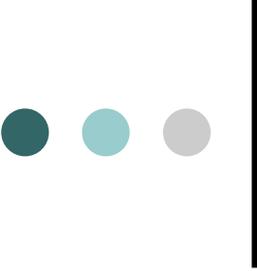
## ○ Exemplo 2

- $P(\text{chuva}) = 0,4$ ; determine  $P(\text{não chuva})$
- $P(\text{não chuva}) = 1 - P(\text{chuva}) = 0,6$

# Regra da Adição

- Um evento composto é qualquer evento que combina dois ou mais eventos simples
- A palavra-chave aqui é a conjunção OU
  - É o OU inclusive, que significa um, ou outro, ou ambos!
  - Ex.: sair face ímpar no arremesso de um dado
    - ⌘  $P(1 \text{ ou } 3 \text{ ou } 5) = P(1) + P(3) + P(5)$
  - sair face ímpar OU superior a 5 no arremesso de um dado
    - ⌘  $P([1 \text{ ou } 3 \text{ ou } 5] \text{ ou } [6]) = P(1) + P(3) + P(5) + P(6)$

$$P(A \text{ ou } B) = P(\text{ocorrência de } A, \text{ ou de } B, \text{ ou de ambos})$$

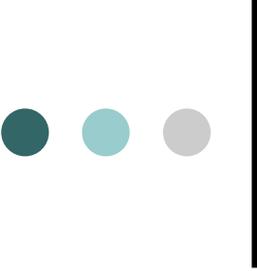


# Regra da Adição

- Qual é a probabilidade de se escolher um estudante desta turma que tenha cabelos claros OU olhos claros ?
  - $P(\text{cabelos claros OU olhos claros}) = ???$

Que tipo de cuidado devemos tomar ao aplicarmos a definição clássica para fazer este cálculo???

$$P(\text{cabelos claros OU olhos claros}) = ???$$



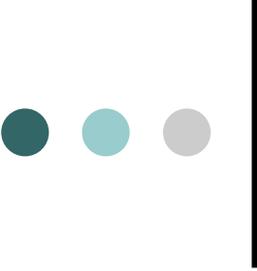
# Regra da Adição

## ○ INTUITIVA

- Somamos o número de ocorrências possíveis de A e o número de ocorrências possíveis de B, de tal modo que cada resultado seja contado apenas uma vez
- $P(A \text{ ou } B)$  é igual a esta soma, dividida pelo número total de resultados possíveis

## ○ FORMAL

- $P(A \text{ ou } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ e } B)$
- Ou, recordando a notação de conjuntos:
  - $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$



# Regra da adição

- Ao determinar a probabilidade de ocorrência do evento A ou do evento B, devemos:
  - Achar o total de maneiras como A pode ocorrer
  - achar o total de maneiras de como B pode ocorrer
  - Não contar os resultados repetidos (que ocorrem mais de uma vez)

# Regra da Adição

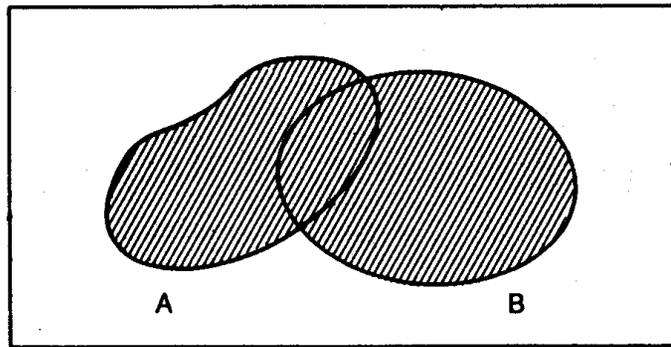


Fig. 4.3  $A \cup B$ .

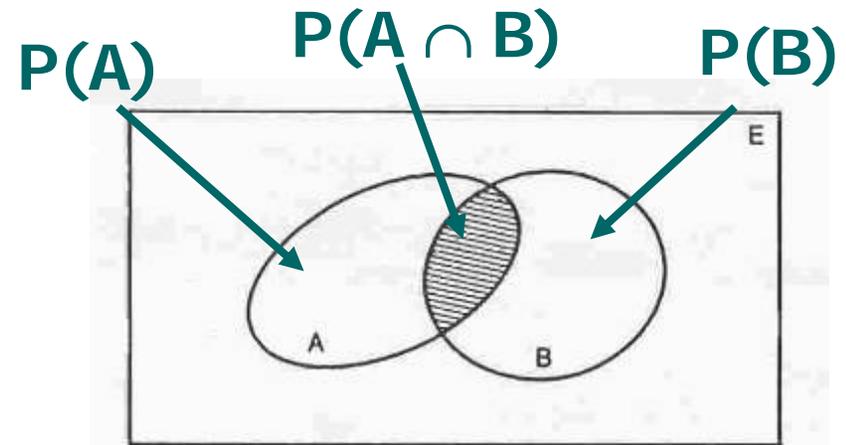
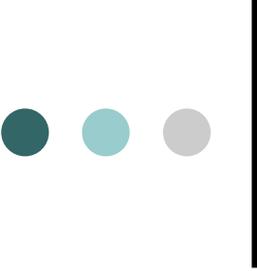


Fig. 4.1  $A \cap B$ .

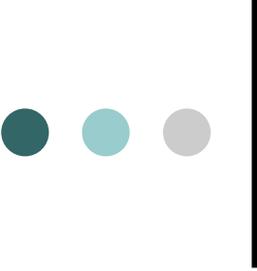
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

A adição das áreas dos dois círculos acarreta uma contagem dupla dos elementos comuns (área do meio – interseção)



# Exemplos

- Se escolhermos aleatoriamente um dos dez algarismos (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9), qual a probabilidade de escolhermos 0 ou 1?
  - $P(0 \text{ ou } 1) = 2/10 = 0,2$



# Exemplos

- Considerando o mesmo conjunto de números, qual a probabilidade de obtermos um número ímpar ou um número superior a 6?
  - Dos 10 resultados possíveis, 5 são ímpares (1,3,5,7,9) e 3 são superiores a 6 (7,8,9)
  - deve-se tomar cuidado para não contar um resultado duas vezes
  - $P(\text{ímpar ou superior a } 6) = (1,3,5,7,8,9) = 6/10 = 0,6$

# Eventos Mutuamente Excluídos

- Os eventos A e B são ditos **mutuamente exclusivos** se não podem ocorrer simultaneamente
  - Se A e B são mutuamente exclusivos
    - $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
  - Ou seja:
    - $P(A \cap B) = 0$

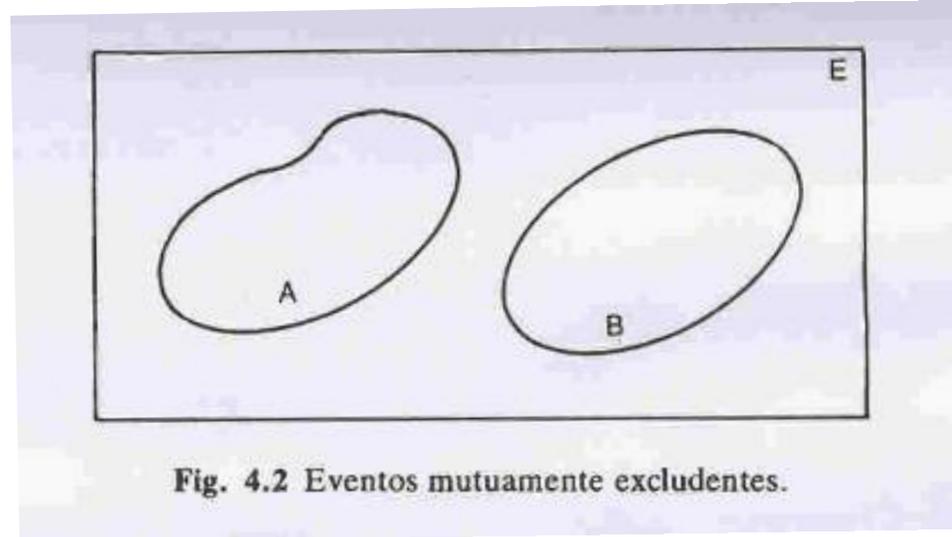
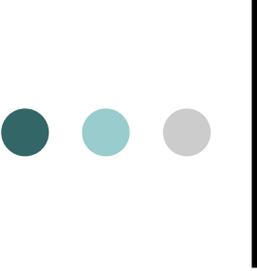


Fig. 4.2 Eventos mutuamente excluídos.



# Regra da Adição

- Observação importante:
  - Erros cometidos na aplicação da regra da adição frequentemente envolvem contagem dupla, isto é, eventos que não são mutuamente exclusivos são tratados como se fossem.
  - Uma evidência deste erro é uma probabilidade resultante superior a 1.