INDICE

I. Las Líneas de Espera y la Teoría de Colas....4
1.1 Introducción....4
1.2 Elementos básicos de la teoría de colas.....5
1.3 El papel de la distribución poisson y exponencial....6
1.4 Aplicación de la teoría de colas....7
1.5 Eficiencia práctica y flexibilidad de la teoría de colas.....7
1.6 Limitaciones de la teoría de colas....8
1.7 Conclusión....8
II. Introducción a la Simulación....9
2.1 El reto de la toma sistemática de decisiones....9
2.2 Simulación como solución....10
2.3 Usos de la simulación....11
2.3.1 Diseño de sistemas....11
2.3.2 Manejo de sistemas....12
2.3.3 Capacitación y educación....12
2.3.4 Comunicación y ventas....12
2.3.5 Relaciones Públicas....12
2.4 Simulación: Beneficios y Limitaciones....13
2.5 Ventajas y desventajas de la simulación....14
2.6 ¿Cuándo se debe simular y qué precauciones se deben tomar?....15
III. Sistemas y Modelos....17
3.1 Introducción....17
3.1.1 ¿Qué es un sistema?....17
3.1.2 Sistemas versus Procesos....17
3.1.3 Modelos....17
3.2 Elementos del sistema....17
3.2.1 Entidad....18
3.2.2 Atributos....18
3.2.3 Actividad o Proceso....18
3.2.4 Recursos....18
3.2.5 Controles....18
3.2.6 Variables....18
3.2.7 Estado del Sistema....18
3.3 Medidas de desempeño del sistema....19
3.4 Modelos....20
3.4.1 Tipos de modelos....20
3.4.2 Selección de un modelo apropiado....22
IV. Generalidades de la Simulación....23
4.1 Introducción....23
4.2 ¿Qué es la simulación?....23
4.3 Clasificación de los modelos de simulación....23
4.5 Pasos en un estudio de simulación....25
4.6 Resumen....25
4.7 Referencias....26

4.8 Ejercicios....26
V. Teoría de Simulación: Procesos Estocásticos....28
5.1 Introducción....28
5.2 Propiedades de los números aleatorios....28
5.3 Generación de números pseudo-aleatorios....29
5.4 Técnicas para generación de números pseudo-aleatorios....29
5.4.1. Método del cuadrado medio....29
5.4.2. Método lineal-congruente (congruencial lineal)....30
5.5 Pruebas para comprobar la calidad del generador....31
5.5.1 Prueba de frecuencia....31
5.5.2 Pruebas de independencia....33
5.6 Técnicas para generación de muestras aleatorias de distribuciones estadísticas....35
5.7 Conceptos importantes en simulación....38
5.8 Ejemplo de simulación....39
5.9 Resumen....42
5.10 Referencias....42
5.11 Ejercicios....43
5.12 Anexos....45
VI. Análisis de datos de entrada....46
6.1 Introducción....46
6.2 Ajustando los datos a distribuciones estadísticas....47
6.3 Estimación de parámetros....48
6.4 Pruebas de bondad de ajuste....49
6.5 Errores asociados a las pruebas estadísticas....53
6.6 Referencias....54
VII. Verificación y Validación....56
8.1 Introducción....56
8.2 Verificación....56
8.3 Validación....57
8.4 Resumen....58
VIII. Análisis Estadistico de Resultados....59
8.1 Introducción....59
8.2 Estados transitorio y estable en la simulación....59
8.3 Procedimientos de recopilación de observaciones....60
8.3.1 Método de la duplicación....60
8.3.2 Método de subintervalos....60
8.3.3 Método de ciclos....60
8.4 Interpretando los resultados....61
8.5 Clasificación de sistemas en terminales y no-terminales....62
8.6 Análisis de sistemas terminales....63
8.6.1 Construcción de un intervalo de confianza para la media....64
8.6.2 Comparando dos sistemas....66
8.7 Análisis de sistemas no-terminales....68
8.7.1 Reduciendo el sesgo de la condición inicial....68
8.7.2 Cálculo de la varianza del promedio....69

8.8 Resumen.....69
IX. Anexos 70
Anexo 1: Resumen del libro: Una Queja es un Favor 70
Anexo 2. Simulación aplicada a una sala de emergencias.....73
Anexo 3: “Intersección Guadalupe” 79
Anexo 4: Evitando los problemas y las trampas en la simulación.....83

I. Las Líneas de Espera y la Teoría de Colas

1.1 Introducción

Las líneas de espera son condicionadas por los factores de utilización del sistema y la variabilidad que presentan los tiempos de espera, los cuales siempre incurren en un costo (manufactura o servicio) para la empresa, por lo que el objetivo principal para cualquier empresa es lograr la reducción de los tiempos de espera y a su vez la minimización de los costos.

Los tiempos de espera se pueden clasificar en tres tipos: consumidor, producto y maquinaria. Cada uno de ellos incurre en costos, el objetivo es reducir el tiempo de espera, pero se debe tener en cuenta cuando uno de ellos se reduce los otros dos se incrementan y ningún concepto de dirección señala la acción necesaria para reducirlos en una proporción correcta.

Cuando el tiempo de espera se incrementa exponencialmente como la utilización de un recurso o sistema, el resultado es la producción de cuellos de botella e incrementos en los costos de espera.

En los procesos de producción existen esperas (cuellos de botella), las cuales en su mayoría son un problema recurrente.

Debido a la dificultad de cuantificar las esperas en términos de dinero, es necesario buscar un punto óptimo en el tiempo total de espera. El costo más alto es el de los consumidores, el que le sigue es el de los productos y el menor el de maquinaria.

Sabiendo de antemano que el factor más importante es el consumidor, se deben estudiar algunos casos de peso, especialmente cuando el consumidor puede escoger la competencia por esperar mucho. Así, si se tratara de reducir el tiempo de espera de los clientes, el inventario del producto terminado debe crecer (aumenta el tiempo de espera de los productos).

Existe una relación directa entre utilización de los sistemas y la variabilidad de tiempo de espera, la cual hace que existan los problemas de colas. La reducción de uno o ambos factores puede lograr la minimización del tiempo de espera del consumidor o producto.

La teoría de colas es el modelo matemático de las filas de espera. En general, se forman líneas de espera cada vez que la capacidad del sistema es incapaz de solventar el ritmo en que llegan los clientes (entes) a ser servidos. La teoría de colas es una herramienta eficaz para medir el desempeño de un sistema de servicio, y a la vez realizar análisis costo-beneficio al agregar o quitar servidores. De hecho, es un fundamento científico para la toma de decisiones en ese sentido.

Las colas de espera excesivas son causantes de muchos problemas en las industrias, tanto de manufactura como de servicios. Estos costos pueden tipificarse en costos de tipo social, costos asociados por pérdida de clientes, costos por tener operarios ociosos, etc. Por otro lado, el tener colas excesivas no son la fuente exclusiva de costos por mal diseño del sistema; también el tener servidores excesivos (para evitar colas) es fuente de costos que deben ser controlados. La teoría de colas ayuda a encontrar un punto de equilibrio entre el número de servidores y la calidad del servicio que perciben los clientes, sin dejar de lado el análisis cuantitativo del costo del sistema.

1.2 Elementos básicos de la teoría de colas.

Una línea de espera se genera de la siguiente manera. Cuando el cliente llega a la instalación y se forma en una línea de espera; el servidor elige a un cliente de la línea de espera para comenzar a prestar el servicio; al terminar éste, el proceso se repite *n* veces.

Se necesitan dos cosas para definir el sistema de colas:

1. Clientes
2. Servidores

Un sistema de colas existe cuando más de un cliente potencial demanda un servicio y está dispuesto o esperar, y uno o más servidores estén dispuestos a proporcionar dicho servicio en alguna localidad y bajo alguna modalidad

En los modelos de espera, las llegadas y los tiempos de servicio de clientes se resumen en términos de distribuciones de probabilidad que normalmente se conocen como distribuciones de llegadas y de tiempo de servicio. Estas distribuciones pueden representar situaciones donde llegan clientes y son atendidos individualmente (por ejemplo, en bancos o supermercados). En otros casos, los clientes pueden llegar y/o ser atendidos en grupos (por ejemplo, en restaurantes). Este último caso se conoce normalmente como líneas de espera masivas.

Aunque los patrones de llegadas y salidas son los factores principales en el análisis de las líneas de espera, también pueden figurar otros factores en forma importante en la elaboración de los modelos.

Los elementos básicos de un modelo de espera dependen de los siguientes factores:

a) Distribución de llegadas
Estas distribuciones pueden representar situaciones donde llegan clientes y son atendidos individualmente, por ejemplo en bancos, supermercados, etc. En otras situaciones, los clientes pueden ser atendidos en grupos, por ejemplo en un restaurante o también el comportamiento observado en un semáforo. Las distribuciones de llegadas siguen generalmente el comportamiento de la distribución Poisson, y para efectos de teoría de colas, se define como una tasa de clientes por unidad de tiempo. La tasa de entrada utiliza el símbolo lambda (λ) para su representación en la teoría de colas.

b) Distribución del tiempo de servicio
Los clientes pueden ser atendidos de manera individual o en forma masiva. Los tiempos de servicio siguen generalmente una distribución exponencial, y se representan en teoría de colas con el símbolo mu (μ).

c) Distribución del sistema de servicio
Este factor tiene que ver con el diseño de la instalación y la ejecución del servicio. La instalación puede incluir más de un servidor, con lo cual es posible atender a tantos clientes en forma simultánea como número de servidores haya (por ejemplo, los cajeros bancarios). En este caso, todos los servidores ofrecen el mismo servicio y se dice que la instalación tiene servidores paralelos.

d) Disciplina del servicio
La disciplina del servicio se refiere a la forma en que se elige a los clientes de la línea de espera para dar inicio al servicio. Entre las disciplinas se puede mencionar como la más común la PEPS (primero en entrar, primero en salir). También se

pueden citar las disciplinas de servicio UEPS (último en entrar, primero en salir), y la SIRO (servicio en orden aleatorio).

e) Característica de la línea de espera
Se puede definir que una línea de espera puede ser finita o infinita, dependiendo de las limitaciones prácticas tanto de la población de la cual se forma la fila como de las instalaciones en sí del sitio en donde se brindará el servicio. En ciertos casos, sólo se puede admitir a un número limitado de clientes, posiblemente en virtud de la limitación del espacio (por ejemplo, los espacios de estacionamiento que se permiten en un autobanco). Cuando la línea de espera se llena a toda su capacidad, a los clientes que llegan después de este suceso se les niega el servicio y no se pueden formar en la línea de espera.

f) Conducta humana
Un servidor humano puede alterar una línea de espera, por medio de maniobras (colarse), evasión o renuncia. Es en estas situaciones en las cuales la teoría de colas no nos puede ayudar, ya que los modelos matemáticos no contemplan la percepción humana de la calidad del servicio. La sicología de las líneas de espera debe ser tomada en consideración en cualquier diseño y estudio que se haga de un sistema de servicio.

1.3 El papel de la distribución poisson y exponencial.

La distribución Poisson tiene gran importancia en la teoría de colas, debido a que describe eventos que suceden en un tiempo determinado. En la teoría de colas, la distribución Poisson suele utilizarse para describir la forma en que llegan los clientes a ser servidos en el sistema.

Entre las principales características de la distribución Poisson podemos citar que:

- Distribución teórica
- Distribución de variable discreta
- Se utiliza para el número de ocurrencias por unidad de tiempo cuando se conoce su tasa promedio.

Para el sistema de colas existen dos propiedades estadísticas: la distribución entre tiempos de llegada y la distribución de los tiempos de servicio. Estas distribuciones pueden tomar casi cualquier forma cuando hablamos de teoría de colas. En el caso de los tiempos de servicio, la distribución que generalmente asumen los modelos de teoría de colas es exponencial.

La ventaja de usar una distribución exponencial es que el tiempo hasta que transcurra el evento siguiente, es totalmente independiente del tiempo ocurrido desde la incidencia del último evento. Esta propiedad es conocida como falta de memoria de la distribución exponencial.

Otros características de la distribución exponencial son:

- Distribución teórica
- Distribución de variable continua
- En los modelos probabilísticos si las tasas son poissonianas los tiempos entre llegadas son exponenciales.

1.4 Aplicación de la teoría de colas

La aplicación de la teoría de colas en la práctica implica dos aspectos principales:

a) Selección del modelo matemático adecuado que representará al sistema real en forma apropiada con el objetivo de determinar las medidas de desempeño del sistema.
b) Implantación de un modelo de decisión basado en las medidas de desempeño del sistema con el fin de diseñar la instalación de servicio.

Aunque la teoría de la espera ha evolucionado originalmente de aplicaciones en sistemas de telefonía y comunicaciones, la extensión de los resultados de la espera a otras áreas ha sido un tanto menos fructífera. La razón aparente de esta dificultad es que los modelos de espera de que se dispone rara vez cumplen las condiciones reales del sistema. Sin embargo, debemos tener en mente que esta dificultad es común de todos los modelos matemáticos. Entonces, lo que necesitamos es un reconocimiento claro de las limitaciones de los modelos de espera disponibles desde el punto de vista de su aplicación a situaciones reales. Estas limitaciones deben investigarse de manera que se revele el grado de sensibilidad de la aproximación de un sistema real a través de un modelo matemático dado.
Después de la selección óptima de un modelo de espera, el paso que sigue consiste en utilizar los resultados del modelo para tomar decisiones referentes al diseño del sistema real. Esto puede ocasionar que se utilicen directamente las medidas de desempeño del sistema para determinar la forma en que debe operar. En forma alternativa, se puede implantar un modelo de optimización de costos a fin de determinar la operación óptima del sistema real.

La teoría de colas comprende el estudio de las "colas", o líneas de espera. Debe quedar claro que las líneas de espera es un fenómeno natural que se presenta siempre que la demanda actual de un servicio es mayor que la capacidad actual de proporcionar ese servicio. La meta final cuando estas situaciones se presentan, es la de lograr un balance económico entre el costo de servicio y el costo asociado con la espera de ese servicio. La teoría de colas no resuelve directamente la meta citada arriba, pero contribuye con la información vital para la toma de decisiones de este tipo.

1.5 Eficiencia práctica y flexibilidad de la teoría de colas.

Existen dos niveles donde la complejidad analítica de un modelo matemático puede ocurrir:

a) Dificultad de formular y resolver el modelo matemático aunque las distribuciones de llegada y salida se pueden conocer en su totalidad.
b) Dificultad de obtener resultados numéricos a partir de un método resuelto, debido a la complejidad de las expresiones matemáticas que describen las medidas de efectividad del sistema. Este aspecto parece superable debido a la disponibilidad de computadoras de gran poder.

En problemas o procesos que no son muy complejos la teoría de colas es bastante eficiente ya que los resultados de los cálculos se obtienen de forma rápida y barata para la empresa que quiera hacer un estudio. Los modelos flexibles por lo general no son comunes con respecto a la teoría de colas; sin embargo la idea es utilizar la flexibilidad del modelo para aproximar sistemas complejos con una probabilidad factible.

1.6 Limitaciones de la teoría de colas.

La teoría de colas, al igual que toda metodología, tiene sus alcances y limitaciones. En cuanto al alcance ya expuesto mucho de lo que se puede lograr con ella, por lo que es hora de sacar a colación sus limitaciones. Entre las principales dificultades que existe al usar modelos de colas aplicados a problemas de la vida real tenemos:

1. Facilidad de representación del sistema de espera a través de un modelo matemático.
2. Flexibilidad del modelo matemático.
3. Sistemas humanos, donde el servidor y el cliente son seres humanos, como en la operación de un supermercado.
4. Sistemas semiautomáticos, donde sólo el cliente o el servidor es un ser humano. Este sistema lo ilustra la situación de la reparación de máquinas, donde la máquina es el cliente y el mecánico es el servidor.
5. Sistemas automáticos, en los que el cliente y el servidor no son seres humanos. Por ejemplo, en una instalación de computación de tiempo compartido, los programas representan al cliente y la unidad central de procesamiento desempeña el papel del servidor.
6. Algunas veces el proceso es muy complejo por lo cual es prácticamente imposible resolver por el método de teoría de colas.

1.7 Conclusión

Actualmente la perdida de un consumidor por esperar en línea o un mal servicio, puede conllevar al hundimiento del negocio. Se debe ser consciente que ganar un nuevo cliente equivale 8 veces más que mantenerlo.

Es por esto que hallar un equilibrio con respecto a los tiempos de espera resulta un tema delicado para las empresas hoy en día, ya que da como resultado grandes costos, muchas veces imposibles de solventar.

El utilizar sistemas que nos ayuden a obtener una guía para lograr tal equilibrio, es esencial para la empresas manufactureras y de servicios; es por lo que se recurre a modelos matemáticos y especialmente probabilísticos para darnos una idea de cómo solventar el problema de tiempos de espera. Aunque se debe tener en cuenta que todo sistema matemático tiene sus limitaciones y por lo general presenta incertidumbres, es aquí donde la creatividad y el ingenio pasan a formar parte de estos análisis.

II. Introducción a la Simulación

Simulación es el proceso de imitar un sistema real sobre el tiempo, teniendo en cuenta los eventos que modifican el estado de dicho sistema. Con ello se pretende observar su comportamiento en tiempo comprimido y proponer estrategias para su adecuada operación. En el sentido amplio de la palabra, simulación es una herramienta experimental para modelar el comportamiento de un sistema.

La idea general de la simulación es la de generar un modelo capaz de reproducir la respuesta obtenida del sistema real mediante experimentación, con el propósito de comprender el comportamiento y/o de evaluar diversas estrategias de operación del sistema [2]. Por consiguiente, se puede pensar que simulación es una herramienta experimental y aplicada cuyo propósito es:

- Describir el comportamiento de un sistema
- Desarrollar o formular hipótesis sobre el sistema observado
- Utilizar el modelo para predecir comportamientos futuros, introducir cambios en el sistema o en los métodos de operación.

Sistema y modelo son términos muy importantes en la descripción anterior; más adelante serán analizados con más profundidad.

Si vemos las características de los sistemas productivos modernos, donde los ciclos de vida de los productos son menores, la complejidad mayor y los niveles de desempeño requeridos más altos que nunca antes, muchas de las herramientas de toma de decisiones hasta ahora utilizadas se vuelven insuficientes.

Cuando las relaciones entre las partes que integran un sistema son suficientemente simples, es posible construir modelos analíticos para obtener información exacta sobre el sistema en estudio y su respuesta. Sin embargo, la mayoría de los sistemas industriales son demasiado complejos en naturaleza y por ende su estudio analítico resulta complejo en extremo y algunas veces imposible de analizar sin desagregarlo. Es en este campo donde la simulación ha logrado consolidarse como una de las herramientas efectivas para la toma de decisiones, dada su gran flexibilidad en el análisis y diseño de sistemas.

En este primer capítulo analizaremos los principales factores asociados con el diseño y análisis de sistemas de manufactura y servicios, y como la administración ha venido trabajando con ellos. Veremos como se compara el enfoque de la simulación con otros enfoques tradicionales. Asimismo analizaremos el factor costo en la simulación, así como sus alcances y limitaciones.

2.1 El reto de la toma sistemática de decisiones

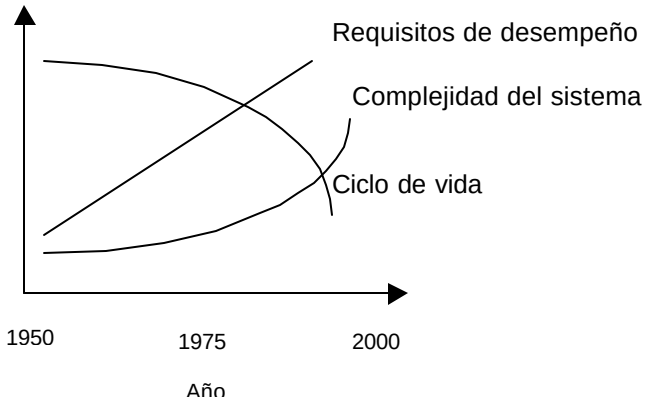
Conforme aumentan las expectativas de los clientes con respecto a calidad, gusto personal, precio y servicio de entrega, las compañías de hoy en día no solo se preocupan por los bienes y servicios brindados, también prestan atención a la forma en que estos bienes y servicios son brindados.

Hoy día, donde el enfoque en el mejoramiento de sistemas de producción y servicios es fundamental, el diseño y el manejo de estos sistemas se ha convertido en un reto. Este reto se debe a los siguientes factores:

- Los sistemas tienen una vida útil corta debido a los constantes cambios en la tecnología.

- Los sistemas son cada vez más complejos como resultado de los grandes avances en la tecnología.
- Los sistemas deben cumplir con más requisitos de desempeño dado el incremento de la competencia y el incremento en las expectativas de los clientes.

Las tendencias mencionadas anteriormente se ilustran en la siguiente figura:



En la actualidad los ingenieros y los administradores buscan mejores herramientas para facilitar el diseño de sistemas y la planeación operativa para enfrentar el reto.

Los métodos tradicionales como el análisis del desempeño, flujogramas, programación lineal, entre otros, son métodos que funcionaban bien bajo una serie de supuestos. Sin embargo, al incorporar las nuevas variables que intervienen en el mundo moderno, muchos de estos métodos se quedan cortos.

Anteriormente existía la posibilidad de la "prueba y el error", pero hoy las empresas ya no cuentas con el tiempo ni con los recursos para este tipo de experimentación, pues perfectamente ello les podría costar su participación en el mercado. De ahí la necesidad de desarrollar una metodología formal que permita valorar claramente las relaciones de causa y efectivo mediante modelos de análisis.

2.2 Simulación como solución

Una herramienta que se está utilizando hoy en día es la simulación. A pesar que esta herramienta no resuelve por sí sola los problemas, sí identifica claramente los problemas y evalúa cuantitativamente las opciones de solución.

La simulación practicada en sistemas de manufactura y sistemas de servicios permite comprender como opera el sistema en sí, para que de esta manera se efectúen decisiones inteligentes y elaboradas, y se reduzca el tiempo y costo asociado al sistema real.

Algunos factores que han contribuido en el incremento de la popularidad de la simulación son:

- Mayor consciencia y comprensión de la tecnología.
- Mayor disponibilidad, capacidad y facilidad en el uso del software de simulación.
- Mayor capacidad y velocidad de proceso de las computadoras.
- Reducción en el costo del hardware.
- La amplia adopción de microcomputadoras en empresas.

La simulación ha sido utilizada en diferentes industrias de manufactura y servicio. Los sistemas de manufactura han definido relaciones y formalizado procedimientos que los ha llevado al análisis mediante modelos. En muchas empresas, la simulación se ha convertido en una herramienta de gran uso para el mejoramiento de sistemas de manufactura, al igual que los diseños de procesos.

2.3 Usos de la simulación

La simulación es una herramienta muy versátil, aplicable a una amplia variedad de campos, dentro de las que tenemos:

- Diseño de sistemas
- Manejo de sistemas
- Capacitación y educación
- Comunicación y ventas
- Relaciones públicas

A continuación analizaremos el uso de la simulación en cada uno de los contextos antes descritos.

2.3.1 Diseño de sistemas

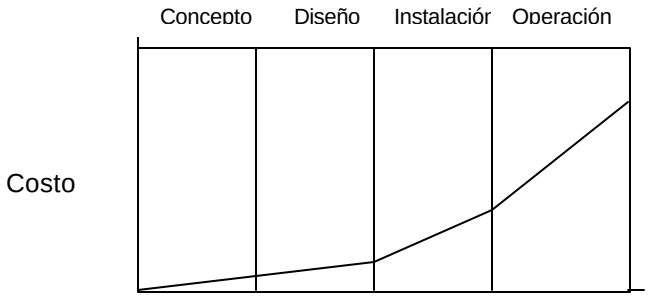
En los diseños de nuevos sistemas la simulación permite efectuar experimentos en el modelo, para así reducir el tiempo requerido para ajustes, una vez implementada el sistema.

Para realizar mejoramientos en un sistema que ya existe, la simulación permite efectuar experimentos con mayor flexibilidad y a menor costo, sin afectar el sistema actual.

Al utilizar la simulación como una herramienta de diseño, ya sea en un nuevo sistema o en uno existente, se puede aplicar el análisis en las siguientes áreas:

- Selección de métodos
- Selección de la tecnología
- Optimización
- Capacidad de análisis
- Control de decisiones del sistema

La simulación como una herramienta de análisis de sistemas, tiene como objetivo aplicarse lo más pronto posible para así poder determinar errores antes que se conviertan en altos costos. La idea de la simulación es poder valorar la mayor cantidad de estos cambios en las etapa de concepto y diseño, en donde el costo de estos cambios es mínimo.



2.3.2 Manejo de sistemas

En el manejo de operaciones de un sistema, la simulación facilita el control del flujo de clientes y de materiales, además que ayuda a determinar la manera más efectiva de organizar y asignar recursos. Mediante la simulación de diferentes estados del sistema, un administrador podrá predecir cercanamente los resultados, de manera que podrá tomar decisiones con mayor inteligencia e información de manejo.

En un sistema de administración, la simulación facilita en la toma de las siguientes decisiones:

- Programación de la producción y de los clientes.
- Programación de requerimientos de recursos.
- Programación de mantenimiento.
- Priorización de trabajo.
- Manejo de flujos de materiales/clientes.
- Manejo de inventario y atrasos.
- Administración de la calidad.

2.3.3 Capacitación y educación

La simulación ayuda a diferentes operadores, supervisores, administradores y otros entender el funcionamiento de un sistema y prepararlos en caso que se tomen decisiones administrativas diferentes o cuando se implementen políticas operacionales, de manera que estos se vuelvan más efectivos en su trabajo.

Además se ha utilizado la simulación como apoyo educacional para ayudar a los estudiantes a comprender las diferentes interacciones que se pueden dar en sistemas de servicios o manufacturas.

Un nuevo método de simulación aplicado para la capacitación y educación es la interacción con el modelo, en donde los estudiantes utilizan la simulación mientras sé esta efectuando corridas. Dado lo anterior, los participantes podrán realizar prácticas y desarrollar habilidades para el manejo de operaciones en diferentes sistemas.

2.3.4 Comunicación y ventas

En cuanto a comunicación y venta de sistemas innovadoras, la animación presentada durante la simulación provee un apoyo excelente visual para demostrar como funcionará el sistema.

La animación de la simulación es muy convincente cuando se trata de probar la efectividad de un concepto para la venta de una solución en particular.

Por medio de la simulación se puede presentar pruebas visuales y cuantitativas a los empresarios, acerca del funcionamiento de un sistema.

2.3.5 Relaciones Públicas

La simulación es considerada como alta tecnología, por lo que esta mejora la imagen de la compañía percibida por el público y por los clientes; debido a que empresas que cuentan con la última tecnología son vistas como organizaciones progresivas e innovadoras.

2.4 Simulación: Beneficios y Limitaciones

La simulación es una herramienta ampliamente utilizada y aceptada en investigación de operaciones y análisis de sistemas; esto ha sido posible gracias a los rápidos avances en la capacidad de cómputo masiva y en las metodologías de simulación. Muchas son las ventajas que ofrece la simulación, permite experimentar relaciones complejas en sistemas que analíticamente serían imposibles de obtener, puede ser usada para verificar soluciones analíticas, permite reforzar las metodologías analíticas de solución y por ende es de gran valor pedagógico. La simulación genera una visión profunda y detallada del sistema en estudio; sin embargo, no produce resultados óptimos, sino buenos.

Muchos autores han discutido las circunstancias bajo las cuales la simulación es una herramienta adecuada. Uno de los autores más reconocidos en el area es el profesor Jerry Banks, Ph.D., afiliado a Georgia Institute of Technology. En su artículo "Justifying Simulation in Today's Manufacturing Environment [2]," Banks justifica la utilización de la simulación en sistemas de producción. Algunos beneficios que la simulación presenta en la industria se listan a continuación:

- La simulación permite al analista desarrollar cambios en el proceso productivo sin comprometer recursos físicos de la compañía. Una vez se han probado los diferentes escenarios mediante simulación, se toma la decisión de implementar los cambios pertinentes (v.g. instalación de sistemas de manejo de materiales, maquinaria.)

- Manipulación del tiempo de simulación. La simulación le permite al analista acelerar o desacelerar los procesos y actividades, para poder estudiar los fenómenos que ocurren en ellos con más detalle. El analista puede estudiar los efectos que el cambio en los parámetros de producción generan, en cuestión de minutos, o analizar una simple actividad en detalle en cuestión de horas.

- En la medida en que un sistema se pueda definir y modelar, se puede controlar. En muchas situaciones, el análisis de un proceso productivo se dificulta debido a la imposibilidad de "observar" lo que ocurre en el mismo. Con los modelos de simulación, es posible reconstruir escenarios y desarrollar evaluaciones detalladas del sistema, lo cual sería imposible de realizar en el proceso real, debido a que no se puede observar o controlar en el contexto general.

- Una de las grandes ventajas de los modelos de simulación es que permite realizar análisis de sensibilidad para estudiar diferentes alternativas a procesos de producción ya existentes. Una vez se ha desarrollado y validado un modelo de simulación, las posibilidades de explorar nuevas políticas de control, procedimientos de operación, o métodos se expanden, sin el costo, ni los problemas que representa la experimentación en un sistema real. Las opciones son en realidad ilimitadas, por ejemplo, que sucede si se realizan cambios en las velocidades de corte para máquinas herramienta, o si se utilizan tres montacargas en lugar de dos.

- Identificación de restricciones. El análisis de procesos de producción para identificación de los cuellos de botella se facilita mediante los modelos de simulación. Muchos analistas olvidan que los cuellos de botella en producción son un efecto, en lugar de una causa. La simulación permite observar y descubrir las verdaderas causas de los retrasos en el flujo de materiales, el inventario en proceso y en el flujo de información a lo largo del proceso, entre otros.

- Entrenamiento del grupo de trabajo. Los modelos de simulación proporcionan una herramienta excelente para el entrenamiento del personal en las diversas áreas de producción. Esto es menos costoso y problemático que el aprendizaje in-situ.

- Objetividad en la toma de decisiones. Una vez se han desarrollado los diferentes escenarios, y se conoce el resultado que cada uno de ellos arroja, la toma de decisiones se limita a escoger el modelo que mejores resultados genera, en lugar de hacer inferencias sobre el sistema productivo. Además, es más fácil de aceptar los resultados de un modelo de simulación que ha sido validado, probado, y visualmente representado, que la opinión de una persona sobre lo que "puede" ocurrir con las modificaciones que propone sobre el diseño del sistema.

- Especificación de requerimientos. En algunas ocasiones, se desconoce el tipo de máquina que se desea utilizar en un proceso de producción, pero por medio del modelo de simulación, se conocen los requerimientos mínimos que se necesitan para alcanzar los objetivos de producción. Mediante la simulación de diversos escenarios con máquinas de diferente capacidad de procesamiento se puede alcanzar este objetivo.

En muchas ocasiones, la implementación de la herramienta de simulación en la industria puede verse obstruida por la acción de personal administrativo debido principalmente al desconocimiento y al temor de enfrentar nuevas tecnologías. Con el transcurso del tiempo, este problema tenderá a desaparecer, debido a que los diversos paquetes de software de simulación son más amigables y potentes, y principalmente debido a que una nueva generación de ingenieros capacitados en el área tratarán de impulsar el desarrollo de esta tecnología en la industria.

2.5 Ventajas y desventajas de la simulación

La primera y más importante premisa en un estudio de simulación es: "Si el sistema es lo suficientemente simple para ser representado analíticamente, no hay necesidad entonces de aplicar simulación". En dichos casos, la simulación sólo es de interés pedagógico y sirve como punto de referencia para comparar la solución obtenida mediante el análisis exacto.

Con frecuencia las personas buscan en la simulación una solución a todas sus necesidades. Es decir, la miran como una herramienta de optimización en lugar de tomarla como el instrumento de análisis que es. La simulación es sólo una herramienta que le permite al usuario llegar a obtener información valiosa para la toma de decisiones; ésta no da las respuestas.

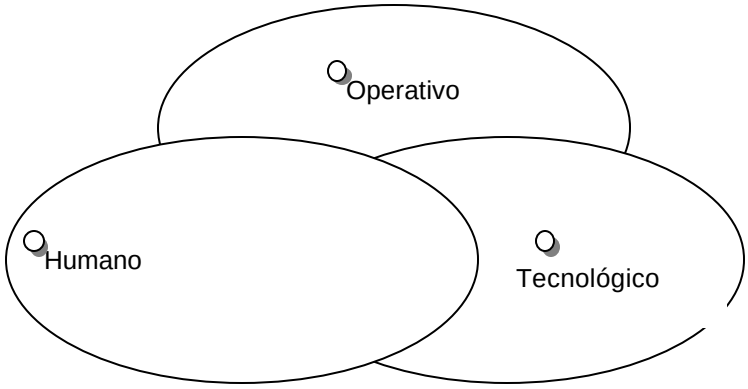
En adición a los beneficios planteados en la sección anterior, Schmidt y Taylor (1970) [6] han propuesto una serie de ventajas y desventajas, las cuales han sido difundidas por otros autores, tales como Banks & Carson [2], y Hillier & Lieberman [4] entre otros:

1. Una vez el modelo es construído, puede ser utilizado repetidamente para analizar propuestas de diseño o políticas de operación.
2. Los métodos de simulación pueden ser usados para analizar un sistema propuesto aún cuando los datos están en las fases preliminares de recolección y análisis.
3. Es cierto que los datos de simulación son mucho menos costosos de obtener que los datos reales de un sistema.
4. La simulación es relativamente más sencilla de aplicar que los métodos analíticos.
5. Mientras que los modelos analíticos requieren de enormes sacrificios en cuanto a su validez debido a la simplificación, los modelos de simulación usualmente permiten representar relaciones complejas sin perder validez.
6. En algunos casos, simulación es la única herramienta disponible para obtener soluciones a un problema.

Dentro de las desventajas, Schmidt y Taylor [6] consideran:

1. Los modelos de simulación para computadores digitales, pueden ser costosos y requerir enorme cantidad de tiempo en su preparación y validación.
2. Normalmente un modelo de simulación estocástico requiere de numerosas corridas que puede resultar altamente costoso en recursos computacionales. La aleatoriedad del modelo representa un factor importante y análisis posterior es necesario en muchos modelos. Sin embargo, ésta y la anterior desventaja pueden ser atacadas mediante el uso de lenguajes de propósito específico de simulación.
3. Como se menciona al inicio de esta sección, muchas veces el analista olvida sus aptitudes y entrenamiento matemático y aplica simulación en sistemas relativamente simples en los cuales una solución analítica sería suficiente.

La simulación puede ser una herramienta muy poderosa cuando se utiliza adecuadamente, sin embargo no es la "pomada canaria" para todos los problemas. La simulación se enfoca principalmente en los aspectos operacionales de un sistema – qué, cuándo, dónde y cómo se deben desempeñar las diferentes tareas. Adicionalmente a los factores operativos, también envuelve el factor humano y el tecnológico. Estos tres factores en conjunto determinan el desempeño del sistema simulado.



La simulación está limitada a proveer evaluaciones y no soluciones, solo genera alternativas de solución evaluadas. Dicha herramienta tampoco sustituye el razonamiento o análisis, sino que ayuda al ser humano a conceptualizar relaciones complejas y examinar simultáneamente una gran variedad de factores. La simulación no es más que una herramienta de apoyo en la toma de decisiones, la cual no pretende dar la solución, sino brindar la información que nos permita alcanzar esa solución.

2.6 ¿Cuándo se debe simular y qué precauciones se deben tomar?

No todos los problemas tienen que ser resueltos mediante la simulación, dado que algunos de los problemas son muy sencillos y pueden ser resueltos por otros medios.

Generalmente la complejidad de un sistema es el determinante del uso de la simulación. Sin embargo se presenta a continuación algunas guías para determinar cuándo la simulación es una herramienta apropiada:

- El desarrollo de un modelo matemático es muy difícil o imposible.
- El sistema tiene uno o más variable internamente dependientes.
- Las dinámicas del sistema son muy complejas.
- El objetivo es observar el comportamiento del sistema durante un período de tiempo.
- Es importante demostrar la habilidad de utilizar la animación.

A pesar de que la simulación es una herramienta que bien empleada puede generar grandes beneficios, es importante denotar los posibles peligros de su utilización. Las precauciones que deben contemplarse son las siguientes:

- Su “arranque” puede resultar costoso y tomar mucho tiempo.
- A veces se dejan de lado algunas soluciones más sencillas.
- Los resultados pueden ser mal interpretados.
- No se toman en cuenta los factores humanos y tecnológicos.
- Es difícil identificar cuando los resultados son válidos.

III. Sistemas y Modelos

3.1 Introducción

3.1.1 ¿Qué es un sistema?

Un sistema es un conjunto de elementos que funcionan juntos para el logro de un objetivo. Los sistemas pueden ser clasificados de diferentes maneras. Por ejemplo acordes a su naturaleza (estático vs dinámico; determinístico vs. analítico) o de acuerdo a la función que desempeñan (circular, de transformación). Para nuestro propósito, los sistemas se referirán a los sistemas de servicios o manufactura, que sena procesos discretos cuyas entidades serán clientes y productos. Por ejemplo, una producción en línea con máquinas y operarios convirtiendo materias primas en producto final.

3.1.2 Sistemas versus Procesos

Proceso es el conjunto de actividades que crean una salida a partir de varias entradas. El sistema por otro lado, es el conjunto de elementos utilizados para el funcionamiento de un proceso. Es decir el sistema contempla los procesos, pero además incluye los recursos y controles para llevarlos a cabo.

En el diseño de procesos el enfoque está dirigido hacia qué se está realizando en el sistema. En el diseño de sistemas el énfasis tiene que ver con el cómo, dónde y cuándo se desarrolla el proceso. Es por ello que la definición del proceso suele darse primero, y luego la sigue el diseño del sistema. Cada uno, sin embargo, tiene un grado de influencia sobre el otro.

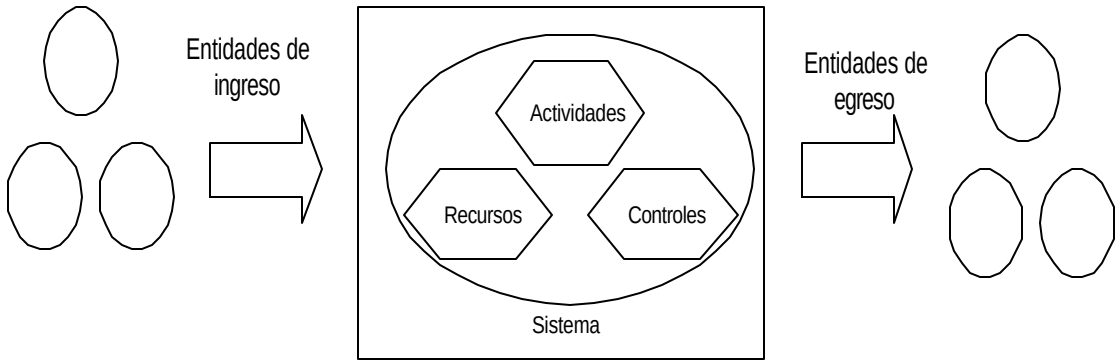
3.1.3 Modelos

El modelo puede ser definido como una simplificación y representación de la relación del sistema, lo cual incluye relaciones de causa y efecto. El propósito de los modelos es entender, predecir y mejorar el funcionamiento del sistema.

3.2 Elementos del sistema

Los elementos básicos son entradas, actividades, recursos y controles. Estos definen quién, qué, dónde, cuándo y cómo del sistema productivo.

Figura.



3.2.1 Entidad

Son los elementos procesados a través del sistema como productos, clientes y documentos. Diferentes entidades tendrán diferentes características, tales como costo, forma, prioridad, status o condición.

3.2.2 Atributos

Se llaman atributos a las propiedades o características propias de una entidad

3.2.3 Actividad o Proceso

Son las acciones del sistema. Estas tienen duración, y generalmente incluyen el uso de recursos. Por ejemplo movimiento de entidades y recursos, mantenimientos y reparaciones, etc.

3.2.4 Recursos

Son los medios que realizan los procesos. Los recursos definen quién o qué realiza la actividad, y dónde esa actividad será desarrollada. Sus principales características son capacidad, velocidad y fiabilidad. Como ejemplos de algunos recursos tenemos personal, equipo, espacio, energía, tiempo y dinero.

Comúnmente un recurso viene antecedido de una cola, la cual es un área de espera en donde las entidades deben esperar a ser procesadas en caso de que el recurso no esté disponible en el momento que llegan.

3.2.5 Controles

Los controles determinan cómo, cuando y adónde se desempeñaran las actividades. Además definen qué acciones tomar cuando ciertas cosas ocurren. En el nivel más alto pueden ser planes y políticas. Al nivel más bajo son procedimientos. Por ejemplo: planes de proceso, producción o mantenimiento, etc.

3.2.6 Variables

Así como los atributos describen las características de las entidades, las variables son elementos que definen las características o el estado del sistema. Las variables tienen por tanto un carácter global, pues no se definen localmente para cada entidad sino para todo el sistema. Algunos ejemplos de variables son la cantidad de gente en un banco, el inventario en una planta, el tiempo corrido en la simulación, el largo de una cola, etc.

3.2.7 Estado del Sistema

Se dice que el *Estado del Sistema está definido* por una colección de variables que contienen la información mínima necesaria para describir el sistema en cualquier momento.

El estado del sistema se ve modificado por los eventos, los cuales son ocurrencias instantáneas tales como el ingreso de un cliente, el inicio en la atención de una pieza, la descompostura de un recurso, etc.

La tabla 1 presenta una serie de sistemas con características diferentes, y para cada uno describe cuáles serían los eventos a controlar, las entidades que se encuentran en el sistema, los atributos de dichas entidades, y las variables a medir.

Tabla 1. Análisis básico para el modelado de simulación en diversos sistemas.

	Planta de producción	Red de cómputo	Estación de buses	Bodega	Banco
Entidades	• Productos	• Mensajes	• Pasajeros	• Partes	• Clientes
Atributos	• Tiempo en el sistema • Tiempo en espera • Tipo de producto	• Tamaño • Destino • Origen	• Origen • Destino	• Código de localización •	• Balance en la cuenta • Tipo de cuenta • Tiempo de arribo al sistema
Actividades/ Proceso	• Procesamiento • Inspección	• Transmitir • Recepción	• Transporte	• Almacena-miento	• Retiro • Depósito
Recursos/ Transportadores	• Hombre • Máquinas	• Servidor • Terminales	• Buses	• Estantes • Bines • Sistema de transporte	• Cajeros • Información
Eventos	• Fallas • Culminación de producción	• Arribo de mensajes a destino	• Arribo a la estación • Arribo al destino	• Demanda • Arribo de partes a bodega	• Llegada de clientes • Final de servicio
Variables	• Estado de las Máquinas • Tamaño de las colas	• Número de mensajes en espera	• Pasajeros en espera • Pasajeros en tránsito	• Nivel de inventario • Punto de pedido	• Número de clientes en la cola, banco

3.3 Medidas de desempeño del sistema

La meta del diseño del sistema es que los esfuerzos de transformación de entradas en salidas sean oportunas, eficientes y económicamente efectivas. Para lograr esto es necesario ciertas medidas. A continuación se enumeran algunas de las medidas más comúnmente utilizadas:

- *Tiempo en el sistema.* Determina el tiempo desde que ingresa hasta que sale una entidad en el sistema. En el caso de un banco sería el tiempo total que le toma a la persona hacer el trámite, contando desde que ingresa al local.
- *Utilización de los recursos.* Porcentaje del tiempo que el personal o los recursos están en estado productivo (atendiendo clientes, procesando entidades, etc.)
- *Tiempo de valor agregado.* Cantidad de tiempo durante el cual se le agregó valor al producto o servicio.
- *Tiempo de espera en cola.* Son los tiempos que las entidades deben dedicar en espera de la atención de los recursos.
- *Tasa de proceso.* Tasa a la cual el sistema genera unidades producidas o clientes atendidos. Por ejemplo, se atienden 30 clientes por hora.
- *Tiempo de ciclo.* Cantidad de tiempo que trascurre entre cada entidad procesada. Por ejemplo si la tasa de proceso es de 30 clientes por hora, el tiempo de ciclo sería de 2 minutos por cliente. Nótese la diferencia entre el tiempo de ciclo y el tiempo en el sistema.
- *Calidad.* El porcentaje de clientes o partes que cumplen con un estándar establecido.
- *Costos*. Los costos operativos del sistema.

Las metas son más efectivas en cuanto más específicas y medibles con respecto a objetivos sean. Las metas del funcionamiento del sistema deben ser consistentes con respecto a las de la totalidad de la empresa.

Ejercicio: proponga medidas de desempeño para los ejemplos descritos en la sección anterior.

3.4 Modelos

Integrando la definión de modelos a los conceptos vistos en la sección anterior, pordemos decir que un modelo es una representación abstracta de un sistema, usualmente con relaciones lógicas y/o matemáticas que describen el sistema en términos de estado, entidades y sus atributos, conjuntos, eventos, actividades

El siguiente es un esquema de los pasos a seguir en el análisis de un sistema:

Figura 2. Esquema para el estudio de un sistema

Cuando hablamos de experimentación real en el esquema de estudio [5], nos referimos a trabajar las diferentes alternativas en el sistema real. Por muchas razones técnicas o económicas, este tipo de experimentación no es factible en la mayoría de los casos. Es entonces cuando recurrimos a modelos de tipo icónico, esto es, una réplica a escala del sistema en estudio.

3.4.1 Tipos de modelos

Modelo Simbólico

Este modelo consiste en símbolos gráficos que se utilizan para representar secuencias de actividades y otras relaciones lógicas. Este modelo es la técnica más popular para documentar el proceso de diseños de sistemas y de reingeniería. Como ejemplos tenemos los diagramas de flujo y los diagramas de distribución en planta.

La utilización de los modelos simbólicos es la técnica más popular para la documentación de procesos. La razón de ello se debe a que los modelos simbólicos suelen ser de fácil y rápido desarrollo, y son de claro entendiente para el usuario final. Una de sus principales ventajas es que logran sintetizar los procesos, dando una visión global del sistema. Dentro de sus limitaciones tenemos que no proveen mayor análisis cuantitativo, comúnmente carecen de detalles operacionales y por su carácter estático no logran capturar la dinámica del sistema.

Modelo Analítico

Un modelo analítico es una fórmula matemática que proveen una solución cuantitativa. Este técnica puede ir desde el simple despeje de una expresión aritmética, hasta algoritmos complejos de programación lineal que proveen soluciones óptimas para una serie de problemas. La fórmula adjunta es un ejemplo de un modelo analítico para el cálculo de la cantidad esperada de entidades (N) en un sistema que consiste de un servidor, donde las entidades llegan de acuerdo a una tasa de arribo Poisson (λ), y donde los tiempos de servicio se asumen

exponenciales con una media (μ). El modelo anterior es el típico modelo M/M/1 de la teoría de colas.

$$N = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}.$$

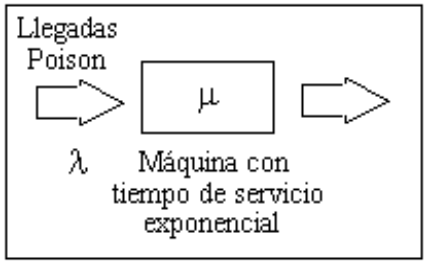


Figura 1. Sistema M/M/1

Los modelos analíticos tienen la gran ventaja de brindar soluciones rápidas, e incluso en algunos casos óptimas, sin necesidad de pasar por un proceso de prueba y error. Algunas de sus desventajas:

- Muchas veces requieren que los supuestos sean simplificados para poder "calzar" la situación al modelo.
- A veces no logran incorporar el comportamiento aleatorio intrínseco en la mayoría de los sistemas del mundo real.
- A la medida que los sistemas se vuelven moderadamente complicados, las soluciones llegan a ser extremadamente complicadas.
- Son incapaces de resolver problemas de gran complejidad.

Como ejemplos de modelos analíticos tenemos a la teoría de colas, las cadenas de Markov y la programación lineal.

Modelo de Simulación

La simulación es una técnica mediante la cual se logran capturar las relaciones de causa y efecto de un sistema en modelos de computadora. Mediante estos modelos se logra representar el mismo comportamiento que se obtendría del sistema real.

El modelo de simulación produce una bitácora del desempeño del modelo a lo largo de un periodo preestablecido, mediante la cual se pueden calcular medidas de desempeño tales como la utilización de los recursos y los largos de cola. En este sentido se dice que la simulación en una herramienta descriptiva, pues describe el comportamiento del sistema ante distintos escenarios.

Un modelo de simulación debe ser visto esencialmente como una herramienta para análisis de escenarios "what-if", que le permite al analista experimentar con una serie de nuevos diseños y estrategias operativas para medir su impacto en el desempeño del sistema. De esta forma logra valorar todas estas alternativas en una computadora antes de implementar los cambios en el sistema, minimizando de esta forma el costo y el riesgo asociado a la experimentación en el sistema real. La simulación es una herramienta de evaluación, la cual no genera una solución final ni óptima, sino que ayuda a evaluar las soluciones para que las personas puedan tomar buenas decisiones.

Los modelos de simulación tienen la particularidad que mediante las herramientas de animación actualmente disponibles, logran representar el comportamiento dinámico del sistema a lo largo del tiempo. Al igual que los modelos analíticos, la simulación es cuantitativa y genera medidas de desempeño tales como la utilización de un recurso o el largo de una cola. Contrario a los

modelos simbólicos y analíticos, la simulación SÍ logra tomar en cuenta las fluctuaciones estadísticas más complejas y sus interdependencias, y es así no yace el gran poder de la simulación.

Como las principales desventajas de los modelos de simulación tenemos:

- Son difíciles de construir.
- Son más descriptivos que prescriptivos.

3.4.2 Selección de un modelo apropiado

La selección del tipo de modelo a utilizar depende de las condiciones particulares del sistema que se desee estudiar, tomando en cuando el alcance y las limitaciones de cada metodología. La siguiente tabla compara las principales características para cada tipo de modelo.

	Simbólico	Analítico	Simulación
Prescriptivo	○	●	P
Cuantitativo	○	●	●
Dinámico	○	○	●
Fácil de usar	●	P	P
Flexible	●	○	●
Aleatoriedad	○	P	●
Interdependencia	○	P	●

● = Si ○ = NO P = Parcialmente

Un buen analista no necesariamente selecciona un tipo de modelo y excluye a los otros dos. Este tipo de modelo trabajan bien en conjunto, y en muchos casos se complementan. Por ejemplo, un modelo simbólico nos puede ayudar en las etapas iniciales del estudio a conceptualizar el sistema. Posteriormente mediante modelos analíticos podemos hacer estimaciones generales del comportamiento del sistema que nos ayuden a enfocar mejor nuestro diseño. Finalmente mediante un modelo de simulación modelos representar con mayor detalle nuestro diseño, hacerle los ajustes finales, y buscar mayores oportunidades de mejora.

IV. Generalidades de la Simulación

4.1 Introducción

La simulación es una herramienta relativamente fácil de usar, pero al mismo tiempo puede ser complicada. Nótese que decimos complicada, no sobre complicada. La simulación es una herramienta que nos permite modelar problemas complejos de una manera menos complicada que otros técnicas analíticas.

Este capítulo pretende explicar las generalidades de cómo opera un modelo de simulación, lo cual es básico para poder entender qué es lo que un modelo de simulación hace, independientemente del lenguaje o programa de simulación que se emplee.

Simulación es la actividad de donde se hacen conclusiones sobre el comportamiento dado por el sistema, mediante el estudio del comportamiento correspondiente al modelo de las relaciones de causa y efecto, que son similares al sistema real.

4.2 ¿Qué es la simulación?

Gottfried en su libro "Elementos de la Simulación de Procesos Estocásticos" define la simulación como "*la actividad mediante la cual uno puede sacar conclusiones sobre el comportamiento de un sistema dado, mediante el estudio de un modelo cuyas relaciones causa-efecto son similares al sistema original."*

Quienes no están familiarizados con la simulación solo tener la idea errónea que la simulación por sí sola resuelve problemas. Ellos asumen que luego de definir el problema, la simulación generará una solución. La simulación por si sola es un evaluador de soluciones y no un generador de soluciones. En conjunta con otras técnicas como los *sistemas expertos* y la *inteligencia artificial* sí es capaz de generar soluciones, pero esos son alcances que quedan por fuera de este curso.

4.3 Clasificación de los modelos de simulación

Los modelos de simulación pueden a su vez ser diferenciados de la siguiente manera:

- *Modelos estáticos vs. modelos dinámicos*: un modelo estático analiza el sistema en un momento específico. Toma una copia (fotografía) del sistema y analiza su respuesta. Un ejemplo de este tipo de simulación es el método Monte Carlo, el cual puede ser descrito como un esquema que emplea números aleatorios tomados de una distribución uniforme con parámetros (0,1) para la solución de ciertos sistemas en los cuales el paso del tiempo no juega un papel importante (resultado esperado de una mesa de apuestas). Por otro lado, un modelo de simulación dinámico representa el sistema a medida que evoluciona con el tiempo. Como ejemplo típico veamos el caso de un banco. El modelo dinámico representa la llegada de los clientes a lo largo del tiempo, su ingreso a las colas y posterior atención en las cajas, para finalmente salir del sistema. Es una especie de "película" que nos muestra la actividad que se da en el sistema (banco) a lo largo de un periodo establecido.

- *Modelos determinísticos vs. modelos estocásticos*: resulta obvio pensar que un modelo determinístico es aquel que no contiene ningún elemento aleatorio en su estructura; la respuesta es "determinada" de acuerdo a criterios que no le dejan campo al azar. Los modelos que se basan en una o más variables de carácter aleatorio se les llama modelos estocásticas o probabilíticos. Un modelo estocástico genera salidas (resultados) que son a

su vez aleatorios, y por lo tanto constituyen solo una estimación del comportamiento real del modelo.

Los modelos determinísticos se construyen de igual forma que los estocásticos, con la única diferencia que no tienen aleatoriedad. La principal diferencia entre ambos está en el análisis de los resultados. In un modelo determinístico el resultado de una corrida es la medida de desempeño exacta del modelo. Para los modelos estocásticos se requieren hacer múltiples corridas, y el resultado promedio de todas las corridas constituye tan solo una estimación del desempeño esperado del modelo, la cual está sujeta a un determinado margen de variabilidad estadística.

- *Modelos de cambio continuo vs. modelos de cambio discreto*: cuando un modelo de simulación incluye sólo *eventos* que ocurren en el tiempo y los cambios de estado en el sistema se rigen por la ocurrencia o no de dichos eventos, el sistema (y por ende el modelo) se considera discreto. Si por el contrario, el estado del sistema cambia en función del tiempo, el modelo se considera continuo.

  La mayoría de los sistemas de manufactura y de servicios son sistemas de cambio discreto. Volviendo al caso del banco vemos que el estado del sistema cambia cuando se da en el instante que ingresa uno cliente o grupo de clientes, cuando una persona ha sido atendida. En un modelo de cambio continuo los eventos no se dan de manera tan marcada, evolucionan continuamente a lo largo del tiempo. Por ejemplo el cambio que se da en el nivel de un reactante en una solución química va cambiando gradualmente y de manera continua a lo largo del tiempo. El cambio en la temperatura es otro ejemplo. Si vemos un termómetro no observamos que de saltos en múltiplos enteros de grados Celsius, sino más bien dichas fluctuaciones se dan en una escala continua.

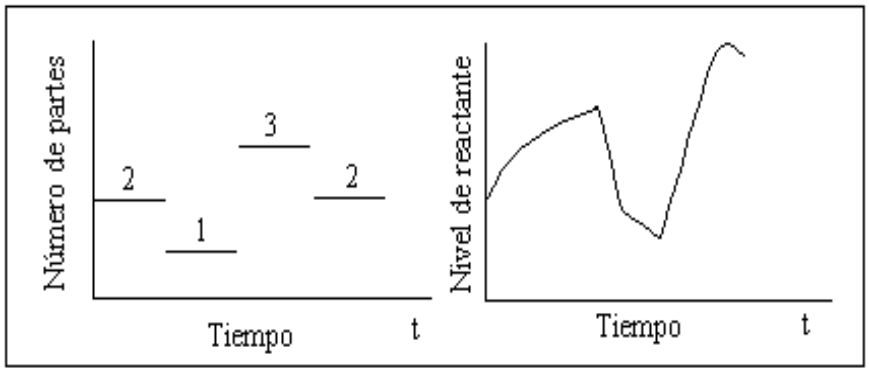


Figura 3. Variable discreta vs. variable continua

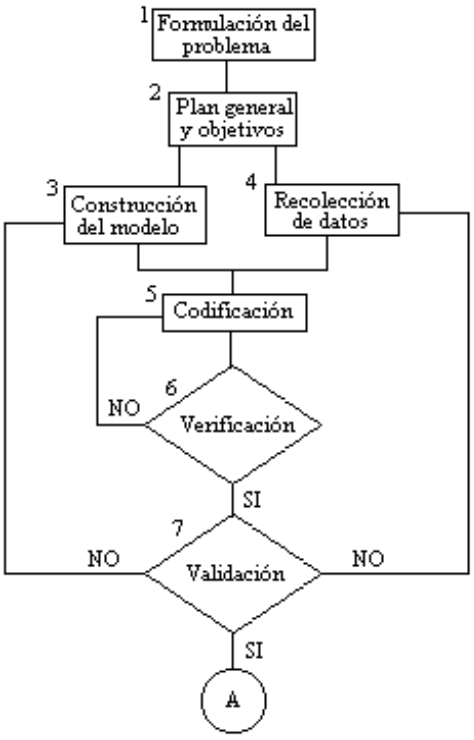
En ciertos casos es posible tratar un modelo de cambio continuo mediante lógica discreta, especialmente si el grado de precisión requerida no es muy elevada. Por ejemplo el flujo continuo de petróleo sobre un oleoducto podría ser convertido, para efectos de la simulación, en unidades discretas tales como galones, estañones o barriles de petróleo. De igual forma un sistema de cambio discreto, como la población de la tierra, pues ser representado con un modelo continuo en donde la natalidad y la mortalidad se traten mediante tasas de cambio. Aquí se representaría la evolución de la población del mundo de acuerdo a dichas tasas, y no a los eventos discretos del nacimiento, vida y muerte de cada ser humano en el planeta.

De ahora en adelante trabajaremos con modelos de simulación de tipo *discreto*, *dinámico y estocástico*. Los modelos continuos no son objeto de este primer curso. De igual manera, los modelos estáticos son de aplicación limitada y por último, intentaremos en lo posible trabajar con procesos estocásticos.

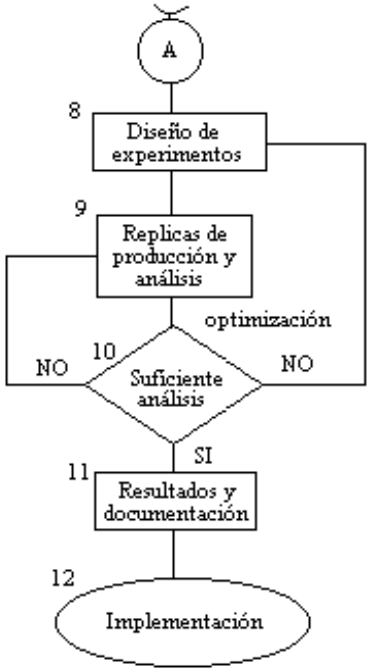
4.5 Pasos en un estudio de simulación

Las figuras 5a y 5b muestran las dos fases que se pueden identificar en un estudio de simulación. Otras interpretaciones y figuras similares aparecen en Banks & Carson [2,] Law & Kelton [5] y otros autores. Sin embargo, es de mucha utilidad separar el análisis en dos etapas. La primera etapa está más relacionada con la formulación del problema, su codificación y validación en el sistema real, es decir, verificar que el modelo que se esta desarrollando es en realidad representativo del sistema real.

La segunda etapa esta más relacionada con el diseño de experimentos y optimización, asi como la implementación de los resultados en el sistema real. Se deben determinar las diferentes alternativas, estimar los parámetros resultantes del estudio, obtener la superficie de respuesta y escoger la alternativa más cercana al valor óptimo. El éxito de la etapa de implementación depende de la aplicación de todos los pasos anteriores. Si existen fallas previas, la aplicación del modelo de simulación en la práctica revelará deficiencias en el estudio.



(a) Fase I



(b) Fase II

Figura 5. Pasos en un estudio de simulación

4.6 Resumen

Los primeros cuatro capítulos hasta ahora vistos introducen los conceptos básicos en simulación de sistemas discretos. Definen las relaciones existentes entre un sistema, el modelo que representa dicho sistema, y los distintos elementos que lo componen (v.g. entidades, atributos, recursos.) Además, establecen la diferencia entre variables discretas y continuas, y explican los diversos enfoques para modelado de simulación, i.e. por eventos, procesos, o por incremento fijo. Igualmente, describen los pasos a seguir en un estudio de simulación.

4.7 Referencias

[1] Askin, Ronald G., y Charles A. Standridge[1993,] *Modeling and Analysis of Manufacturing Systems*. John Wiley & Sons

[2] Banks, Jerry, and John S. Carson II [1984,] *Discrete-Event System Simulation*. Prentice-Hall international series in industrial and systems engineering.

[3] Banks, Jerry, and Van B. Norman [1995,] *Justifying Simulation in Today's Manufacturing Environment*, IIE Solutions.

[4] Hillier, Frederick, and Gerald J. Lieberman [1980,] *Introduction to Operations Research*, 3rd. ed., Holden-Day, San Francisco.

[5] Law, Averill M., and W. David Kelton [1982,] *Simulation Modeling and Analisis*, McGraw-Hill, New York.

[6] Schmidt, J. W., and R. E. Taylor [1970,] *Simulation and Analisis of Industrial Systems*, Irwin, Homewood, Ill.

[7] Taha, Hamdy A. [1991,] Investigación de Operaciones, 2da. ed., Ediciones Alfaomega, México D.F.

4.8 Ejercicios

1. Defina los elementos de simulación (v.g. entidades, atributos, recursos) para los siguientes sistemas:

   (a) Una cafetería.
   (b) La sala de emergencia de un hospital.
   (c) Una línea de ensamblaje con tres tipos de productos diferentes.
   (d) Una red industrial de manufactura.

2. Desarrolle la secuencia de pasos para la simulación manual de una estación de servicio con 2 bombas de gasolina, y un centro de lavado automático. De los clientes que hacen uso de la estación de servicio, el 20% utiliza sólo el centro de lavado automático, el 55% llena el tanque de gasolina, y el 25% restante utiliza los dos servicios. Asuma que los autos llegan con una distribución Uniforme en un rango de 5 a 8 minutos. Encuentre el tiempo promedio de un auto en el sistema, la utilización de las bombas y el centro de lavado automático, y el número promedio de cada tipo de clientes en la estación de servicios.

3. Un taller de manufactura tiene dos (2) centros de mecanizado (fresadoras) y un (1) torno. En el taller se fabrican 3 tipos diferentes de productos. El producto tipo A, es una parte cilíndrica de dos niveles que sólo requiere ser maquinada en el torno. El producto tipo B sólo requiere maquinado en fresadora. El producto tipo C requiere ser trabajado en torno y fresadora. Cualquiera de los dos centros de mecanizado está en capacidad de realizar los trabajos para las partes B y C.

Tipo de Producto	Torno	Fresadora
A	5 min.	

B		6 min.
C	4 min.	2 min.

Encuentre la utilización promedio de cada máquina, y la capacidad general promedio de producción por hora del taller. Compare los resultados obtenidos mediante simulación directa con los valores esperados de acuerdo con las distribuciones utilizadas para la generación de números aleatorios.

4. Indique cómo podría una computadora personal ayudar en el proceso de simulación propuesto en la figura 5. Exprese sus opiniones en detalle.

V. Teoría de Simulación: Procesos Estocásticos

5.1 Introducción

En el corazón de todo modelo estocástico de simulación se encuentra el mecanismo para la generación de las variables aleatorias que influencias el comportamiento del sistema analizado. Para el caso de modelo probabilísticos o estocástico el mecanismo utilizado se llama el Método de Monte Carlo. Hablar de este método es sinónimo de hablar de simulación. [5]

Mediante la técnica de Monte Carlo se generan artificialmente datos mediante el uso de generadores de números aleatorios y una distribución de probabilidad acumulada que describa el proceso que queremos simular. Usamos un generador de números aleatorio aceptable (ver apartado 5.4) para obtener valores "aleatorios" uniformemente distribuidos entre cero y uno. Ponemos el calificativo "aleatorios" entre comillas, pues estrictamente hablando estos valores no son aleatorio sino pseudo-aleatorios. Normalmente son generados mediante un algoritmo programado en un computadora, y por lo tanto su secuencia podría ser reproducible y por lo tanto no sería aleatorio. Sin embargo estas secuencias de números pseudo-aleatorios pasarían las pruebas estadísticas de aleatoriedad (sección 5.5). [5]

La distribución de probabilidad acumulada de la cual vamos a generar los valores (sección 5.6) bien podría ser una distribución teórica, tal como la normal o la exponencial, o bien podría ser basada en datos empíricos u observados obtenidos del sistemas real. En el Capítulo VI analizaremos con mayor detalle cómo seleccionar la distribución de probabilidad adecuada a nuestro proceso.

5.2 Propiedades de los números aleatorios

Una secuencia de números aleatorios, R1, R2, ..., debe cumplir con dos propiedades muy importantes: independencia y uniformidad. Cada número aleatorio proviene de una distribución uniforme con intervalo (0,1); la función de densidad de probabilidad esta dada por:

$$f(x) = I_{\{0 \le x \le 1\}}$$

la función de densidad se muestra en la figura 2.1.

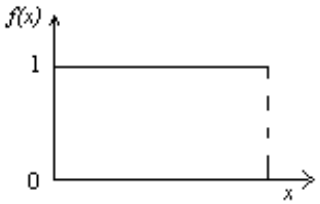


Fig. 5.1: FDP para números aleatorios

El valor esperado de cada número aleatorio R*i* esta dado por:

$$E(R) = \int_0^1 x dx = \frac{x^2}{2}\Big|_0^1 = \frac{1}{2}$$

y la varianza esta dada por:

$$V(R) = \int_0^1 x^2 dx - [E(R)]^2 = \frac{x^3}{3}\Big|_0^1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{12}$$

5.3 Generación de números pseudo-aleatorios

Antes de entrar en materia es importante aclarar qué debe entenderse bajo el concepto "pseudo" utilizado en el título. Cuando hablamos de números pseudo-aleatorios nos referimos a que los números generados no son aleatorios estrictamente hablando, son números aleatorios "falsos." En nuestro caso "pseudo" implica que la misma idea de generar números aleatorios con un método conocido le quita aleatoriedad a los números. Si el método es conocido, el conjunto de números generados puede ser replicado; por consiguiente, cualquier persona puede argumentar que los números no son realmente aleatorios. A continuación se presenta un resumen de algunos de los problemas que se pueden presentar con la generación de números pseudo-aleatorios [1]:

1. La uniformidad de los números puede perderse.
2. Los números generados pueden ser discretos y no continuos.
3. El valor esperado de los números generados puede estar situado hacia uno de los extremos.
4. La varianza puede ser muy elevada o muy pequeña.
5. Pueden existir variaciones cíclicas, tales como:
    a) Autocorrelación de los datos,
    b) tendencias en los números generados;

En la próxima sección estudiaremos algunas de las técnicas para generación de números pseudo-aleatorios.

5.4 Técnicas para generación de números pseudo-aleatorios

Existen diversas técnicas para la generación de números aleatorios, entre las cuales encontramos el método del cuadrado medio y el método lineal congruente. Este último es sin duda el más utilizado hoy en día, sin embargo también existen otros métodos cuya importancia histórica ameritará su mención, aún cuando no nos detengamos a analizarlos con detenimiento.

5.4.1. Método del cuadrado medio

Fue inicialmente propuesto por von Neumann y Metrópolis en los años 1940. Esta técnica - como muchas - necesita iniciar con un número cualquiera (semilla). El número se eleva al cuadrado y los dígitos medios del número resultante forman el primer número aleatorio después de incluir el punto decimal; luego, dicho número se eleva al cuadrado y el procedimiento se repite hasta obtener la cantidad requerida de números para correr la simulación. Veamos un ejemplo de como funciona el método:

Tabla 5.1. Generación de números pseudo-aleatorios con el método del cuadrado medio.

i	X	X^2	R
Xo semilla	3823	14615329	
1	6153	37859409	0.6153
2	8594	73856836	0.8594
3	8568	73410624	0.8568
4	4106	16859236	0.4106

Esta técnica es más de importancia histórica que práctica; existen numerosos problemas cuando se aplica. Es difícil iniciar con una semilla que no tenga sesgo alguno; dicha semilla debe garantizar que le método no se enviciará con el transcurso del tiempo; además, cuando aparecen ceros en los números medios, se repiten una y otra vez, degenerando el método. Veamos un ejemplo de este caso;

Tabla 5.2. Método del cuadrado medio con problemas de degeneración.

I	X	X^2	R
Xo semilla	5197	27008809	
1	0088	00007744	0.0088
2	0077	00005929	0.0077
3	0059	00003481	0.0059
4	0034	00001156	0.0034

los ceros iniciales aparecerán con cada nueva iteración del método. La técnica también puede degenerarse por repetición de números (como ejercicio al lector, trate como semilla el número 6083.)

Otras técnicas de sentido histórico se listan a continuación (el lector puede remitirse a Banks & Carson (1984) [1] para referencia):

- Técnica del producto medio
- Técnica del multiplicador constante
- Método aditivo-congruencial

5.4.2. Método lineal-congruente (congruencial lineal)

Inicialmente propuesto por Lemher (1951), este método produce una secuencia de enteros X1, X2, ... entre cero y m-1 de acuerdo con la siguiente relación recursiva:

$$X_{i+1} = (a\,Xi + c) \bmod m, \qquad i = 0, 1, 2, \ldots$$

El valor inicial Xo es llamado semilla, *a* es llamado la constante multiplicadora, *c* es el incremento y *m* es el módulo. La selección de estos valores afecta drásticamente el resultado y las propiedades estadísticas de la generación y el ciclo de duración. Ilustremos el concepto con un ejemplo:

Sea: Xo = 273 c = 37
a = 21 m = 1000

Note que todos los valores generados a partir de la semilla Xo=273 y las constantes definidas (c = 37, a = 21) estarán entre 0 y 999, debido al valor del módulo (m = 1000). Note además que los números aleatorios generados son enteros. Para conseguir números aleatorios entre 0 y 1, se utilizan los valores encontrados, dividiéndolos por el valor del módulo:

$$R_{i+1} = \frac{X_{i+1}}{m}, \quad i = 1, 2, \ldots$$

la secuencia de *Xi* y correspondientes *Ri* se calculan a continuación:

Tabla 5.3. Tabla de números pseudo-aleatorios.
Método lineal-congruente

I	X	R
Xo semilla	273	
1	770	0.770
2	207	0.207
3	384	0.384
4	101	0.101

Recuerde que $a = b \bmod m$ siempre que $(a - b)$ sea divisible entre m sin residuo. Por ejemplo, X3 = 1352 mod 1000; (1000 + 352) /1000. 1000 es divisible por 1000 sin residuo pero 352 no lo es; además, $0 \leq 352 \leq 999$; por consiguiente el valor residual es el generado por el método. Note también que los números enteros generados fluctúan entre 0 y 999; en otras palabras, los números generados *Ri* sólo pueden asumir valores entre {0, 1/*m*, 2/*m, ... ,* (*m* - 1) / *m*}. *Ri* es discreto en el intervalo (0,1) en lugar de ser continuo. Sin embargo, este efecto se descarta cuando se escoge un valor del módulo relativamente grande (v.g. $m = 2^{31} - 1$ y $m = 2^{48}$).

Además, para evitar periodicidad, el generador debe entregar números aleatorios que no se repitan pronto (como ejercicio, el lector puede intentar con los valores Xo = 1, 2,3 y 4; $a = 13$, $m = 2^6$, $c = 0$).

Fishman (1978) [2] propone generar números aleatorios con las siguientes características: para un valor *m* potencia de 2, digamos $m = 2^b$, $c \neq 0$, el período más grande posible es $P = m = 2^b$, el cual se obtiene con un valor de *c* primo a *m*; es decir el factor común más grande de *c* y *m* es 1; además $a = 1 + 4k$, donde *k* es entero.

Cuando $c \neq 0$ el método se denomina congruente mixto; cuando $c = 0$, se conoce como el método multiplicativo congruente. En la actualidad muchos programas utilizan el método con los siguientes parámetros: $a = 7^5 = 16{,}807$, $m = 2^{31} - 1$ (número primo) y el valor de $c = 0$. La rutina establece una semilla Xo = 123,457. Debido al valor del módulo, el período del generador está muy por encima de 1000 millones.

5.5 Pruebas para comprobar la calidad del generador

Las propiedades principales de los números aleatorios - uniformidad e independencia - deben cumplirse en lo posible. Para determinar si un conjunto de números generados aleatoriamente posee las propiedades deseadas, existen diversas pruebas estadísticas, algunas de las cuales estudiaremos en esta sección:

5.5.1 Prueba de frecuencia

Las pruebas de frecuencia utilizan el estadístico Kolmogorov-Smirnov (*K-S*) o Chi-cuadrado (X^2) para comparar la distribución de los datos generados con una distribución uniforme con parámetros (0,1). Algunos autores también sugieren utilizar pruebas no paramétricas, como la prueba de rangos con signo de Wilcoxon [3.] En esta sección, sólo se hará mención a las dos pruebas paramétricas *K-S*, y X^2. Además, SIMAN/ARENA con su herramienta para análisis de datos, entrega el resultado obtenido mediante la prueba de Kolmogorov-Smirnov, después de cada ajuste de curvas.

Kolmogorov-Smirnov compara la función de distribución acumulada *F(x)* de la distribución uniforme con la función de distribución acumulada empírica, $S_N(x)$, en la muestra de N observaciones. Por definición, $F(x) = x$, $0 \leq x \leq 1$; y el estadístico $S_N(x)$ se calcula de la siguiente manera:

$$S_N(x) = \frac{\sum_i I_{\{R_i \le x\}}}{N}$$

cuando *N* crece, $S_N(x)$ aproxima mucho mejor el valor de $F(x)$, provisto que la hipótesis nula (los números generados provienen de una distribución uniforme) es verdadera. La prueba está basada en la mayor desviación absoluta entre $S_N(x)$ y $F(x)$ sobre el rango de la variable.

$$D_N = \max |S_N(x) - F(x)|$$

La distribución de la variable D es conocida y se muestra tabulada en función del tamaño de la muestra de números aleatorios en el apéndice A.3. El algoritmo se describe a continuación:

a. Ordene los datos (números pseudo-aleatorios) de menor a mayor. Denote R(1) a la observación más pequeña, de modo tal que

$$R_{(1)} \le R_{(2)} \le \ldots \le R_{(N)}$$

b. Calcule los valores:

$$D^+ = \max\{i/N - R_{(i)};\} \quad 1 \le i \le N$$
$$D^- = \max\{R_{(i)} - (i-1)/N;\} \quad 1 \le i \le N$$

c. Calcule $D = \max\{D^+, D^-.\}$

d. Determine el valor crítico D para el nivel de significancia, y el tamaño de muestra escogidos, de la tabla A.3.

e. Si el valor del estadístico D es mayor que el valor crítico, D , la hipótesis nula de que los datos provienen de una distribución uniforme es rechazada. Si $D \le D$, concluya que no existe evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula.

A continuación, se muestra un ejemplo del procedimiento descrito para la prueba de uniformidad, mediante el estadístico de Kolmogorov-Smirnov.

Se desea determinar la uniformidad de los cinco números aleatorios 0.386, 0.956, 0.587, 0.125 y 0.857, mediante la prueba de Kolmogorov-Smirnov con un nivel de significancia α de 0.05. Primero, los números deben ser ordenados de menor a mayor. Los cálculos se muestran en la tabla 2.4. La casilla sin número, corresponde a un valor negativo que se descarta para efectos de este análisis.

Tabla 5.4. Cálculos para la prueba de Kolmogorov-Smirnov

			D_i^+	D_i^-
I	$R_{(i)}$	*i/N*	$i/N - R_{(i)}$	$R_{(i)} - (i-1)/N$
1	0.125	0.2	0.075	0.125
2	0.386	0.4	0.014	0.186
3	0.587	0.6	0.013	0.187
4	0.857	0.8	-	0.257
5	0.956	1	0.044	0.156

De los cálculos para la prueba, se encuentra que $D^+ = 0.075$, y $D^- = 0.257$. Además, de acuerdo con el algoritmo, $D = \max\{D^+, D^-\} =$ 0.257, el cual es menor que el valor crítico $D^* = D_{\alpha= 0.05} =$ 0.565. De acuerdo con el procedimiento, no existe evidencia alguna para rechazar la hipótesis nula de que los datos si pertenecen a una distribución de probabilidad uniforme.

La siguiente prueba de frecuencia que se estudiará es la prueba *Chi-cuadrado*. La prueba *Chi-cuadrado* utiliza el estadístico:

$$X_0^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

donde *Oi* es el valor observado en la clase i-ésima*, Ei* es el valor que se espera de la distribución de densidad en dicha clase y *n* es el número de clases (NO es el tamaño de la muestra *N*).

Para la distribución uniforme el valor esperado en cada clase *Ei* está dado por: *Ei = n/N* para clases igualmente espaciadas. Puede ser demostrado que la distribución de la muestra X_0^2 es aproximadamente chi-cuadrado con (*n* - 1) grados de libertad.

Debido a restricciones en el número de datos por intervalo, no utilizaremos los datos del ejemplo anterior. Considere el siguiente conjunto de datos, provenientes de una distribución uniforme (hipótesis nula.)

0.83	0.37	0.26	0.07	0.02	0.01	0.83	0.17	0.58	0.2
0.04	0.63	0.19	0.42	0.62	0.88	0.9	0.81	0.4	0.3
0.71	0.5	0.71	0.53	0.57	0.42	0.71	0.22	0.58	0.1

Para efectos del presente ejemplo, se han ordenado los números en 5 categorías. La tabla 2.5 muestra los resultados de la prueba. Este mismo grupo de números aleatorios será utilizado en la sección 2.4.2.

Tabla 2.5. Cálculos para la prueba *Chi-cuadrado*

Interval	O_i	E_i	$O_i - E_i$	$(O_i - E_i)^2$	$(O_i - E_i)^2/E_i$
1	7	6	1	1	0.167
2	5	6	-1	1	0.167
3	8	6	2	4	0.667
4	5	6	-1	1	0.167
5	5	6	-1	1	0.167
	30	30	0		1.333

El valor del estadístico X_0^2 encontrado es de 1.333, el cual se compara con el valor crítico $X_{0.05,4}^2$ = 9.49. Se concluye entonces que no existe evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula de que no hay diferencia entre la distribución de la muestra, y la distribución uniforme.

5.5.2 Pruebas de independencia

Ambos procedimientos demostrados en la sección anterior están diseñados para probar la uniformidad de los datos generados por simulación. Sin embargo, ninguno de ellos tiene en cuenta el criterio de independencia. Existen varias pruebas para medir la calidad de los datos en términos de independencia; entre ellas se pueden citar: pruebas de corrida, pruebas de autocorrelación, la prueba "Póker" y las pruebas de significancia de intervalos. Esta sección se concentra en dos de ellas (para mayor información el lector puede remitirse a Banks & Carson [1].)

Las pruebas de autocorrelación están diseñadas para medir la dependencia entre los números generados en una secuencia. La prueba descrita a continuación requiere el cálculo de la autocorrelación entre cada *m* números (*m* se conoce como "lag" o "retardo") iniciando con el i-

ésimo número. Por consiguiente, la autocorrelación ρ_{im} entre los siguientes números es de interés particular: *Ri*, *Ri+m*, *Ri+2m*, ... , *Ri+(M+1)m*. El valor de *M* es el valor entero más grande tal que $i+(M+1)m \le N$; $M = \lfloor i+(M+1)m \le N \rfloor$, donde *N* es el número total de valores en la secuencia (por consiguiente una sub-secuencia de dimensión *M*+2 está en prueba). Una autocorrelación diferente de cero indica dependencia entre los datos, luego la hipótesis a probar sería:

Ho : $\rho_{im} = 0$
H1 : $\rho_{im} \neq 0$

Para valores grandes de *M*, la distribución de el estimador tiende a comportarse normalmente si los valores no están correlacionados. Luego el estadístico de prueba sería:

$$Zo = \frac{\hat{\rho}_{im}}{\sigma_{\hat{\rho}_{im}}}$$

cuya distribución es normal con valor esperado 0 y varianza 1, bajo la suposición de independencia con valores grandes de *M*.

Schmidt y Taylor (1970) [4] desarrollaron una formula un poco diferente para el estimador de la autocorrelación, a continuación:

$$\hat{\rho}_{im} = \frac{1}{M+1}\left[\sum_{k=0}^{M} R_{i+km} R_{i+(k+1)m}\right] - 0.25$$

$$\sigma_{\hat{\rho}_{im}} = \frac{\sqrt{13M+7}}{12(M+1)}$$

Después de calcular estos valores, no rechace la hipótesis por falta de evidencia estadística si $-Z_{\alpha/2} \le Zo \le Z_{\alpha/2}$, α es el nivel de significancia de la prueba. Si el valor de $\rho_{im} > 0$ la sub-secuencia tiene una autocorrelación positiva, en cuyo caso, se espera que valores sucesivos cada *m* números sean cercanos con mayor probabilidad (valores altos en la sub-secuencia seguidos por valores altos y viceversa.) Por el contrario, una autocorrelación negativa significa que valores altos en la sub-secuencia son seguidos (incluyendo el retardo) por valores bajos y viceversa.

Considere el siguiente conjunto de números aleatorios:

0.83	0.37	0.26	0.07	0.02	0.01	0.83	0.17	0.58	0.2
0.04	0.63	0.19	0.42	0.62	0.88	0.9	0.81	0.4	0.3
0.71	0.5	0.71	0.53	0.57	0.42	0.71	0.22	0.58	0.1

Pruebe si los números tercero, octavo, décimo tercero y así sucesivamente en la secuencia anterior están autocorrelacionados. Utilice $\alpha = 0.05$. En este ejemplo, *i* = 3 (empezando con el tercer número), *m* = 5 (cada cinco números), *N* = 30 y $M = 4 = \lfloor 3+(M+1)5 \le 30 \rfloor$

Como resultado de esta prueba, se determina que la secuencia de números no está autocorrelacionado; los valores encontrados son:

$\hat{\rho}_{im}$ = -0.0665; $\sigma_{\hat{\rho}_{im}}$ = 0.1280 Zo = -0.4505

El valor crítico de acuerdo con el nivel de significancia $\alpha = 0.05$ es : $Z_{0.025} = -1.96$, $Z_{0.975} = 1.96$ (recuerde que la prueba es de dos colas).

Otra de las prueba a evaluar es la llamada prueba *Póker,* la cual tiene su base en la frecuencia con la que ciertos dígitos se repiten en una serie de números. La siguiente serie muestra una secuencia de este tipo:

0.255, 0.588, 0.331, 0.414, 0.838, 0.919, 0.373, 0.001, ...

en cada caso, un par de dígitos iguales aparecen en el mismo número generado. Las frecuencias observadas en este experimento, el cual tiene un tamaño de muestra 1000, se muestran en la tabla 2.6. Estadísticamente, en números de tres dígitos sólo existen 3 posibilidades de encontrar arreglos particulares:

1. Todos los dígitos son iguales,
2. Todos los dígitos son diferentes,
3. Un par de dígitos son iguales y el tercero difiere.

P [3 dígitos diferentes] = P [2º difiere del 1º] $\times$ P [3º difiere del 1º y del 2º] = 0.9 (0.8) = 0.72
P [3 dígitos iguales] = P [2º igual que 1º] $\times$ P [3º igual que 1º] = 0.1 (0.1) = 0.01
P [exactamente 1 par] = 1 - 0.72 - 0.01 = $\binom{3}{2}$(0.1)(0.9) = 0.27

Luego, en combinación con la prueba de frecuencia chi-cuadrado,

Tabla 5.6. Resultados de la prueba *Póker*.

Combinación	*Frecuencia Observada Oi*	*Frecuencia Esperada Ei*	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$
3 dígitos diferentes	685	720	1.7
3 dígitos iguales	37	10	72.9
Exactamente 1 par	278	270	0.2

$$X_0^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} = 1.70 + 72.90 + 0.20 = 74.80 > X^2_{0.05,2} = 5.99$$

existe entonces evidencia estadística para rechazar la independencia de los números generados en esta secuencia.

5.6 Técnicas para generación de muestras aleatorias de distribuciones estadísticas

Hasta ahora hemos estudiado el problema de generar números aleatorios uniformemente distribuidos en el intervalo (0,1). A partir de este conjunto de datos se obtienen los valores apropiados dependiendo de la distribución de probabilidad de la cual provienen. Esta sección asume que el analista conoce previamente el tipo de distribución estadística a la cual se ajustan los datos.

Estudiaremos tres técnicas ampliamente aceptadas y utilizadas en simulación: método de la transformada inversa, el método de convolución y un poco de la técnica de aceptación-rechazo. No todas las distribuciones estadísticas utilizan la misma técnica, debido a la complejidad que

representa el resolver la ecuación resultante. Sin embargo, todas las técnicas descritas en esta sección asumen una fuente de números aleatorios UNIF(0,1).

El **Método de la transforma inversa** puede ser utilizada para tomar muestras de las distribuciones exponencial, uniforme, weibull y distribuciones empíricas (cuando no se ha podido ajustar el conjunto de datos a una distribución conocida). Además, es la base principal para obtener muestras de muchas distribuciones discretas. Es la técnica más fácil de entender y aplicar, aunque no siempre es la más eficiente.

Suponga que se desea generar una muestra aleatoria proveniente de una distribución estadística particular F(x) y que dicha distribución es estrictamente creciente en el intervalo $0 < F(x) < 1$. Sea F^{-1} la función inversa de F; un algoritmo muy sencillo para generar muestras aleatorias con dicha distribución es:

1. Genere $U \sim U(0,1)$
2. Regrese $X = F^{-1}(U)$

Note que $F^{-1}(U)$ siempre esta definida, dado que $0 \leq U \leq 1$ y el rango de F es [0,1]. La figura 2.2 ilustra el concepto de la transformación inversa, en la cual la variable aleatoria correspondiente a la distribución F puede tomar valores negativos o positivos dependiendo del valor del número aleatorio U.

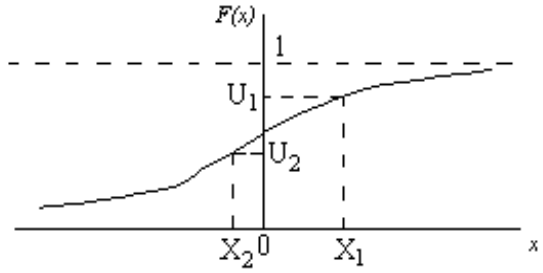


Fig. 2.2. Método de la transformada inversa para variables continuas

Expliquemos en detalle como aplicar la técnica para generar muestras provenientes de una *distribución exponencial;* cuya función de densidad está dada por:

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} I_{\{x \geq 0\}}$$

y su distribución de probabilidad acumulada se define como:

$$F(x) = (1 - e^{-\lambda x}) I_{\{x \geq 0\}}$$

El parámetro λ puede ser estimado como el valor medio de ocurrencias por unidad de tiempo; por ejemplo, si la variable *Xi* denota el tiempo entre llegadas sucesivas y posee una distribución exponencial con parámetro λ, éste puede ser interpretado como el número medio de llegadas por unidad de tiempo (tasa de llegada). Note que para cualquier *i*;

$$E[Xi] = \frac{1}{\lambda}$$

Aplicando el algoritmo expuesto anteriormente;

Paso 1. Genere números aleatorios UNIF(0,1) $\rightarrow$ *Ri*.

Paso 2. Haga $F(Xi) = Ri$ para el rango posible. Dado que *X* es una variable aleatoria, su distribución de probabilidad también lo es. Despejando la ecuación para *X* obtenemos:

$$F(Xi) = 1 - e^{-\lambda x}$$
$$Ri = 1 - e^{-\lambda x}$$

$$1 - Ri = e^{-\lambda x}$$
$$\ln(1 - Ri) = -\lambda x$$
$$Xi = -\frac{1}{\lambda} \ln (1 - Ri)$$

debido a que *R* y, por ende, 1 - *R* están distribuidos uniformemente, la siguiente versión también es aceptada:

$$Xi = -\frac{1}{\lambda} \ln (Ri)$$

Se deja como ejercicio al lector la solución para otras distribuciones continuas o discretas. Cuando el analista no ha podido determinar el tipo de ley de probabilidad que gobierna la generación de los datos, la técnica de la transformada inversa es una excelente manera de encontrar muestras aleatorias. Por medio de métodos gráficos, se puede determinar una aproximación excelente. El algoritmo sufre una pequeña modificación pero es igualmente válido:

1. Compruebe que los datos no se ajustan a distribución conocida alguna.
2. Grafique la distribución acumulada de los datos.
3. Genere U ~ UNIF(0,1)
4. Regrese $X = F^{-1}(U)$ si el valor concuerda con los límites de clase para el histograma de frecuencias relativas acumuladas, de otro modo vaya al paso siguiente.
5. Interpole si es necesario.

Igualmente, el método de la transformada inversa puede ser aplicado a variables discretas, con una modificación;

1. Genere U ~ U(0,1)
2. Determine el entero positivo I más pequeño de modo que $U \leq F(x_I)$ y regrese $X = x_I$. La figura 2.3 ilustra el concepto;

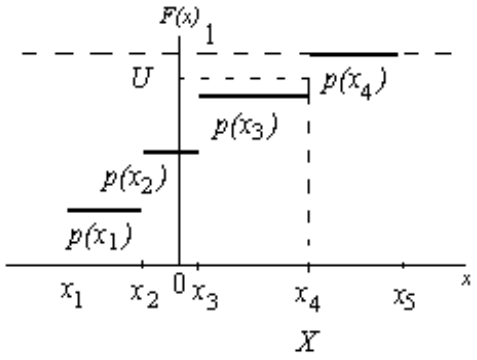


Fig. 5.3. Método de la transformada inversa para casos discretos

De manera general, el método de la transformada inversa puede ser definido como:

$$X = min \{ x : F(x) \geq U \}$$

lo cual presenta la ventaja de ser igualmente útil para distribuciones mixtas (discretas-continuas). Sin embargo, existen algunas dificultades cuando se trabaja con este método; la evaluación de la función inversa puede ser imposible (como en el caso de la distribución normal, para la cual presentaremos dos métodos aproximados en la siguiente sección). Una segunda desventaja viene dada por la posible *lentitud* para generar muestras aleatorias debido a la complejidad de los cálculos numéricos.

Sin embargo, a pesar de los problemas que puede presentar, también resulta ventajosa al momento de desarrollar técnicas de reducción de varianza sobre los datos generados (lo cual será estudiado en detalle en secciones posteriores). Una segunda ventaja es la de permitir generación de muestras aleatorias provenientes de distribuciones truncadas. Definimos una distribución truncada en el intervalo (a,b) como aquella que cumple:

$$f^*(x) = I_{\{a \pounds x \pounds b\}}$$

cuya distribución correspondiente está definida por:

$$F^*(x) = \begin{cases} 0, x < a \\ \dfrac{F(x) - F(a)}{F(b) - F(a)}, a \le x \le b \\ 1, b < x \end{cases}$$

Para distribuciones truncadas, el algoritmo quedaría:

1. Genere U ~ U(0,1)
2. Haga V = *F(a)* + [*F(b)* - *F(a)*] *U*
3. Regrese X = F^{-1} (V).

Finalmente, el método de la transformada inversa puede ser utilizado para generar estadísticas de orden (utilizadas ampliamente para modelar procesos de confiabilidad, vida útil o sistemas sujetos a fallas en modelos de simulación)

5.7 Conceptos importantes en simulación

Quizás uno de los conceptos más interesantes es el de tiempo de simulación y como representarlo. Es claro que el tiempo de simulación y el tiempo real de cómputo son completamente diferentes. Históricamente, dos han sido principalmente los mecanismos de avance de tiempo en simulación;

1. Método del *próximo evento*, mediante el cual el reloj de simulación se inicializa en cero y los tiempos de ocurrencia de eventos futuros se determina con base en la lista de eventos y se programa el tiempo para ocurrir del evento próximo más cercano, i.e. min{e_1, e_2, ..., e_i , ...e_n}.

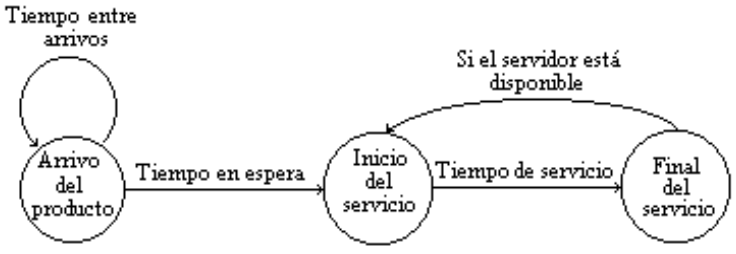


Figure 5.4. Gráfico de eventos para el sistema M/M/1

2. Método de *incremento fijo*, mediante el cual, después de cada Δt se evalúa el estado del sistema y se realizan los cambios pertinentes.

5.8 Ejemplo de simulación

El siguiente ejemplo tiene por objetivo ilustrar el proceso de simulación de manera directa (manual,) sin la ayuda de la computadora. Este ejemplo proporciona una visión general de la metodología para simulación de sistemas discretos y el análisis complementario que debe ser desarrollado. La simulación será desarrollada de la siguiente manera:

- Determinar los diversos elementos (v.g. entidades, atributos) envueltos en el proceso, así como cada uno de los datos de entrada al modelo. En muchas ocasiones, los datos de entrada pueden ser ajustados a distribuciones de probabilidad, discretas o continuas.
- Construcción de una *"tabla de simulación."* Cada simulación es diferente; las entradas y variables de respuesta varían de un sistema a otro. La tabla 5.7 muestra una tabla de simulación genérica, con *n* variables de entrada, y una variable de respuesta.
- Por cada iteración genere un valor aleatorio para cada una de las variables de entrada, y evalúe la respuesta.

Tabla 5.7. Tabla de simulación

	Variables de Entrada				*Respuesta*
Iteración	X_{i1}	X_{i2}	. . .	X_{in}	y_i
1					
2					
.					
.					
.					
M					

El siguiente es un modelo de simulación de colas de espera orientado hacia estaciones de servicio. La administración de una estación de servicio próxima a una autopista desea analizar el problema de congestión en su establecimiento. La estación tiene dos bombas de suministro de gasolina y bastante espacio para clientes (autos) en espera de servicio, si las bombas están ocupadas. Los autos llegan cada 3 a 5 minutos con una distribución de probabilidad uniforme. De los clientes, el 25% toma 5 minutos en la bomba llenando el tanque de gasolina, 50% toma 6 minutos (decansan un tiempo antes de seguir su camino,) y el 25% restante toma 10 minutos en la estación debido a que utilizan los servicios de baño.

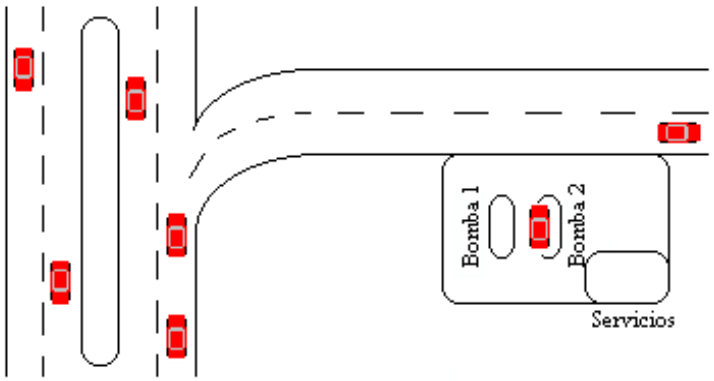


Figura 5.5. Esquema para la estación de servicio

Simule el sistema y estime:

a. Tiempo promedio en espera para los clientes.
b. Tiempo promedio que permanecen los clientes en la bomba.

c. Tiempo transcurrido entre llegadas sucesivas.
d. La probabilidad de que un cliente llegue y tenga que esperar.
e. El número promedio de clientes en la estación
f. La cantidad de clientes promedio en cada una de las colas.
g. Utilización de cada una de las bombas.
h. La tasa de atención de la gasolinera.

Se asumen valores con dos decimales para los números aleatorios del tiempo entre llegadas, y los diferentes tipos de servicio. Además, al inicio de la simulación, el sistema está vacío y la aleatoriedad se inicia con el primer cliente en llegar al sistema.

El primer paso, de acuerdo con los requerimientos del problema, es determinar los elementos que componen el modelo.

- Entidades	Automóviles
- Atributos	Tiempo de entrada al sistema, tipo de servicio
- Actividad/Proceso	Llenar tanque de gasolina
- Recursos y colas	Bombas de gasolina
- Eventos	Llegada de autos, inicio y fin de servicio en
- Variables de Estado	Número de autos en espera, y en la estación

Luego de determinar los diferentes elementos que componen el modelo de simulación, se establece la tabla de simulación, para lo cual hay que determinar primero una relación de números aleatorios para llegadas, y servicio.

Las llegadas se ha determinado que siguen una distribución uniforme entre 3 y 5 minutos. Sabemos por lo tanto el valor mínimo y el máximo. La distribución uniforme asume por definición que todos los valores intermedios tienen exactamente la misma probabilidad de ocurrencia. Si aplicamos el método de la transformada inversa, obtenemos que el generador para variables uniformes se define como:

$X = a + (b - a) * R,$ donde a = valor mínimo
b = valor máximo
R = número aleatorio.

Para efectos de nuestro ejemplo tenemos entonces que:

$X = 3 + (5 - 3) * R$
$X = 3 + 2 * R$

De igual manera los tiempos de servicio también requieren un tratamiento similar. Note que la relación de la variable aleatoria de los tiempos de servicio sólo incluye los valores específicos 5, 6 y 10 minutos con respectivas probabilidades de 25%, 50% y 25%, no así los valores intermedios. La tabla 5 muestra la relación para variables aleatorias en el servicio.

Tabla 5.8 Relación de variables aleatorias para el servicio de autos, distribución discreta.

Tiempo de Servicio	Probabilidad	Probabilidad Acumulada	Número Aleatorio
5	0.25	0.25	01 – 25
6	0.50	0.75	26 – 75
10	0.25	1	76 – 00

Después de conocer la distribución de las variables aleatorias a utilizar en el modelo de simulación, se desarrolla la tabla de simulación. Trabajaremos sólo los primeros 10 clientes y se harán los cálculos pertinentes.

Tabla 5.9. Tabla de simulación.

						Bomba 1			Bomba 2				
Cliente	R1	Tiempo / llegadas	Hora de la llegada	R2	Tiempo servicio	Inicio servicio	Fin servicio	Tiempo ocioso	Inicio servicio	Fin servicio	Tiempo ocioso	Tiempo Espera	Tiempo Sistema
1	0,21	3,43	3,43	0,36	6	3,43	9,43	3,43				-	6,00
2	0,92	4,83	8,26	0,14	5				8,26	13,26	8,26	-	5,00
3	0,56	4,12	12,38	0,44	6	12,38	18,38	2,95				-	6,00
4	0,09	3,18	15,56	0,09	5				15,56	20,56	2,30	-	5,00
5	0,60	4,19	19,75	0,76	10	19,75	29,75	1,37				-	10,00
6	0,68	4,36	24,11	0,76	10				24,11	34,11	3,55	-	10,00
7	0,02	3,03	27,14	0,49	6	29,75	35,75	-				2,61	8,61
8	0,20	3,40	30,55	0,87	10				34,11	44,11	-	3,56	13,56
9	0,25	3,50	34,04	0,92	10	35,75	45,75	-				1,71	11,71
10	0,22	3,44	37,48	0,62	6				44,11	50,11	-	6,63	12,63

Se podría seguir la simulación tanto como sea necesario para calcular estimados más precisos y exactos. A la larga, en promedio y en forma aleatoria, los resultados esperados deben ser similares a aquellos valores esperados de las distribuciones utilizadas para generar los números aleatorios.

a. *Tiempo promedio en espera para los clientes.*
Sumamos los tiempos de espera (te) y los dividimos entre la cantidad de clientes (n) simulados.

$$\sum_{i=1}^{n} te_i / n = 14.51/10 = 1.45 \text{ minutos.}$$

b. *Tiempo promedio que permanecen los clientes en la bomba.*
Suma de los tiempos en el sistema (ts) dividido entre la cantidad de clientes (n) simulados.

$$\sum_{i=1}^{n} ts_i / n = 88.51/10 = 8.85 \text{ minutos.}$$

c. *Tiempo transcurrido entre llegadas sucesivas.*
Para obtener este resultado tomamos la suma de los tiempos entre llegadas (ta) y los dividimos entre la cantidad de clientes (n) que llegaron.

$$\sum_{i=1}^{n} ta_i / n = 37.48/10 = 3.75 \text{ minutos.}$$

d. *La probabilidad de que un cliente llegue y tenga que esperar.*

Probabilidad de espera = # clientes en espera / # total de clientes = 4/10 = 40%

e. *El número promedio de clientes en la estación*
El cálculo de este resultado requiere tomar la sumatoria de los tiempos en el sistema (ts) y dividirla entre el tiempo durante el cual corrimos el modelo (TF = última hora de fin de servicio).

$$\sum_{i=1}^{n} ts_i / TF = 88.51/50.11 = 1.77 \text{ clientes.}$$

f. La cantidad de clientes promedio en cada una de las colas.
Para cada una de las bombas se toma la sumatoria del tiempo de espera (te) y se divide entre el tiempo durante el cual corrimos el modelo (TF).

Cola Bomba 1 = (2.61 + 1.71) / 50.11 = 0.09 clientes en cola
Cola Bomba 2 = (3.56 + 6.63) / 50.11 = 0.20 clientes en cola

g. Utilización de cada una de las bombas.
Para cada una de las bombas se toma la sumatoria de los tiempos de servicio y se divide entre el tiempo durante el cual corrimos el modelo (TF).

Utilización Bomba 1 = (6 + 6 + 10 + 6 + 10) / 50.11 = 75.8%
Utilización Bomba 2 = (5 + 5 + 10 + 10 + 6) / 50.11 = 71.8%

h. La tasa de atención de la gasolinera.
La tasa de servicio nos dice cada cuanto el sistema genera un cliente atendido. En este caso tomamos el tiempo durante el cual corrimos el modelo (TF) y lo dividimos entre la cantidad de clientes atendidos.

$$TF / n = 50.11/10 = 5.11 \text{ minutos / cliente}$$

Estos resultados preliminares no son muy exactos, ni precisos. Debe extenderse el estudio hasta encontrar estimados representativos de las variables en el estudio. Para cada uno de los estimados se debe calcular el número de muestras adicionales y escoger el valor mayor obtenido (ver capítulo VIII).

5.9 Resumen

Este capítulo describe diferentes métodos para generación de números pseudo-aleatorios y su posterior transformación en muestras de variables aleatorias. Además, describe algunas de las pruebas necesarias para asegurar la calidad del generador, en cuanto a uniformidad e independencia. Se describe un método de carácter histórico y se mencionan algunos otros de igual interés. Se presenta el método lineal-congruente (congruencial lineal,) utilizado por muchos programas de computadora existentes en el mercado.

Algunos de los métodos utilizados para la generación de números pseudo-aleatorios han sido utilizados por a través del tiempo; sin embargo se ha descubierto que pueden presentar problemas con la calidad de los números generados. Este capítulo intenta ofrecer al lector algunas herramientas para juzgar la calidad del generador que esté usando. Sin embargo, el tema es tratado en un nivel introductorio. El lector debe remitirse a textos especializados para profundizar los conocimientos en el área. Aún cuando el generador de pseudo-aleatorios pase las pruebas de uniformidad e independencia, se pueden presentar patrones en los números que no son detectados, afectando el resultado final del experimento de simulación. En un capítulo posterior se describen métodos para reducción de varianza en las muestras generadas, lo cual beneficia los modelos de simulación proporcionando herramientas para controlar la variabilidad del sistema en estudio.

5.10 Referencias

[1] Banks, Jerry y John S. Carson II [1984,] *Discrete-Event System Simulation*. Prentice-Hall International series in industrial and systems engineering.

[2] Fishman G. [1978,] *Principles of Discrete Systems Simulation*, John Wiley, New York.

[3] Berk, Kenneth [1994,] *Data Analysis with Student SYSTAT, Windows Edition.* Course Technology.

[4] Law, Averill M., y W. David Kelton [1982], *Simulation Modeling and Analisis*, McGraw-Hill, New York.

[5] Pedgen, C. Dennis, Robert E. Shannon, and Randall P. Sadowski [1995,] *Introduction to Simulation Using SIMAN*, McGraw-Hill, New York.

[6] Schmidt, J. W., y R. E. Taylor [1970], *Simulation and Analisis of Industrial Systems*, Irwin, Homewood, Ill.

[7] Ross, Sheldon M. [1993], *Probability Models*. 5th. edition. Academic Press.

5.11 Ejercicios

1. Determine los primeros 10 números pseudo-aleatorios de una secuencia generada con el método del cuadrado medio. Utilice como semilla el número (a) 6500, (b) 3298.

2. Utilice el método lineal-congruente para generar una secuencia de 10 números pseudo-aleatorios. Haga X_0 = 124, a = 35, c = 42 y m = 1000. Implemente su lógica en una hoja electrónica.

3. Considere la siguiente secuencia de números pseudo-aleatorios enteros y positivos:

1	9	3	4	10	3	7	1	7	1	8
6	2	2	5	2	8	5	10	5	7	10
6	10	9	6	9	9	8	8	8	8	10
4	8	7	2	7	3	2	1	5	1	2
8	2	4	6	4	7	1	7	6	8	7
8	2	4	6	6	1	5	9	4	10	10
7	4	5	5	10	6	1	8	6	6	6
8	8	6	10	4	9	6	8	3	6	5
1	3	4	9	6	6	3	1	4	10	1
4	6	2	4	10	7	6	7	10	8	3

Determine si es válida la suposición de que estos números provienen de una distribución uniforme entre 1 y 10, basado en (a) la prueba Kolmogorov-Smirnov, (b) chi-cuadrado.

4. Una secuencia de 1200 números aleatorios generados de una distribución uniforme entre 0 y 9 indican la siguiente combinación de frecuencias.

Combinación, i	*Frecuencia Observada, O_i*
Cinco dígitos diferentes	678
Un par	372
Dos pares	101
Tres dígitos iguales	12
Un trío y un par	9
Cuatro dígitos iguales	23
Cinco dígitos iguales	5

Basado en la prueba póker, determine si los 1200 números son independientes. Utilice un nivel de significancia de $\alpha = 0.05$.

5. Desarrolle e implemente un generador de números pseudo-aleatorios para una variable X con la siguiente función de densidad de probabilidades:

$$f(x) = \begin{cases} e^{2x+1}, & -\infty < x \leq 0 \\ e^{-2x}, & 0 < x < \infty \end{cases}$$

6. Una operación de mantenimiento predictivo en un taller de mecanizado se ha analizado durante cierto tiempo, y se ha determinado que sigue el comportamiento estadístico de una variable normalmente distribuida, con media 332 minutos y desviación estándar de 21 minutos. Genere cinco tiempos aleatorios para la operación de mantenimiento por ambos métodos presentados en este capítulo para variables provenientes de una distribución normal. Haga una comparación estadística de las dos muestras y determine si pertenecen a la misma distribución, con un nivel de significancia del (a) 0.05, (b) 0.10.

7. Escriba una rutina en cualquier lenguaje de programación (C, C++, FORTRAN, BASIC) para generar números pseudo-aleatorios provenientes de una distribución GAMMA, con parámetros (a) $\beta = 2.5$, $\alpha = 2$. (b) $\beta = 2.5$ y $\alpha = 1$. (c) ¿Qué particularidad encuentra en la variable aleatoria generada en el literal b?

8. El gerente de una gasolinera contiguo a una autopista está preocupado por la posible congestión de su negocio. La estación cuenta con dos bombas de llenado y con amplio espacio para que los clientes esperen en caso de estar ocupadas las bombas. Los carros llegan cada 3 a 5 minutos, uniformemente distribuidos. De los clientes que llegan 25% de ellos permanecen 5 minutos frente a la bomba de llenado, 50% demoran 6 minutos y el restante 25% toma 10 minutos. Simule la llegada y servicio de los carros, y estime los siguientes indicadores:

   - Time promedio de espera para un cliente.
   - Time promedio entre llegadas de clientes.
   - La probabilidad que un cliente tenga que esperar.
   - El número promedio de clientes en la estación.
   - La utilización de las bombas.

10. Un pequeño abastecedor cuenta con una sola caja registradora. Los clientes llegan a la caja en intervalos que varían ente 1 y 5 minutos. Cada posible valor del tiempo entre llegadas tiene la misma probabilidad de ocurrir. El tiempo promedio de servicio es de 2.5 minutos, con una desviación estándar de 1 minuto. Calcule las siguientes estadísticas:

    - Tiempo promedio de espera de un cliente.
    - La probabilidad que un cliente tenga que esperar.
    - El tiempo promedio de servicio.
    - El tiempo promedio entre llegadas.
    - El tiempo promedio de espera para aquellos que tienen que esperar.
    - El tiempo promedio que un cliente permanece en el abastecedor.

11. Una tienda de computadoras vende dos tipos de equipos: la MicroEspecial y la MicroSuperEspecial. Los clientes llegan a la tienda aleatoriamente. El tiempo mínimo entre llegadas es de 8 minutos, el máximo 20 minutos y el modal 15 minutos. Los clientes son atendidos uno a uno en el orden que van llegando. La tienda cuenta solo con un vendedor. El 50% de los clientes que entran a la tienda utilizan exactamente 10 minutos del tiempo del

vendedor, y se van sin comprar nada. El 30% de los clientes que entran compran una MicroEspecial (ganancia de $200) después de consumir entre 15 y 20 minutos del tiempo del vendedor. El restante 20% de los clientes adquieren una MicroSuperEspecial (ganancia de $400) y toman entre 25 y 30 minutos del tiempo del vendedor. La tienda abre los sábados solo durante cuatro horas (de 10am a 2pm). La política es cerrar la puerta después de las cuatro horas, pero se continúa atendiendo a todos aquellos clientes que permanecen en la tienda. Simule las actividades para un sábado y responda las siguientes preguntas:

- A qué hora queda el vendedor libre para irse a la casa?
- Para un sábado, cuál es su valor estimado de la ganancia por las ventas?
- Cuál es la cantidad promedio de clientes en la tienda?
- Simule el proceso una segunda vez y analice cuánto cambian sus respuestas.

5.12 Anexos

Fórmulas generadoras de muestras aleatorias de distribuciones estadísticas:

UNIFORME	$X = a + (b-a)R$	
TRIANGULAR	$X = a + [(b-a)(c-a)R]^{1/2}$	$R \leq (b-a) / (c-a)$
	$X = c - [(c-b)(c-a)(1-R)]^{1/2}$	$R > (b-a) / (c-a)$
EXPONENCIAL	$X = -(1/\lambda) \ln (1-R) = -(1/\lambda) \ln (R)$	
NORMAL	$z = (-2\ln R_1)^{1/2} * \cos(2\pi R_2)$	método aprox.
	$X = \mu + z\sigma$	
ERLANG	$X = -(1/\lambda) \ln (\Pi R_i)$	

VI. Análisis de datos de entrada

6.1 Introducción

Para resolver un problema, primero hay que saber describirlo. El primer paso en un estudio de simulación es determinar las características del sistema en estudio, recopilar los datos necesarios y analizarlos. En el capítulo anterior tratamos de darle solución al problema de la generación de datos aleatorios, para lo cual se daba por hecho que la distribución estadística se conoce de antemano. Sin embargo, ese no es el caso en muchos sistemas reales. Para que un modelo de simulación se ajuste al modelo que representa, debe tener en consideración la información procedente del sistema. La mayoría de sistemas presentan cuatro fuentes principales de información [3]:

- Documentación
- Observación y medición
- Entrevistas
- Participación

Los dos primeros se refieren a los datos per se, mientras que los dos últimos se refieren a la construcción del modelo de simulación y restricciones en el diseño. En este capítulo nos concentraremos en el análisis de datos más que en la construcción del modelo.

Al momento de modelar un sistema, surge la problemática de seleccionar la distribución de probabilidad. En un proceso de manufactura es necesario utilizar distribuciones para representar tiempos de ensamble, producción, operación de una máquina, fallas y mantenimiento entre otros. Sin distribuciones de probabilidad adecuadas, los resultados obtenidos pueden ser erróneos.

De esto podemos concluir que *es necesario modelar cada recurso del sistema aleatorio por medio de una distribución de probabilidad; sin embargo, es también esencial utilizar la distribución adecuada.* Para determinar la distribución requerida necesitamos datos; en ocasiones los datos disponibles son demasiados y es necesario extraer muestras de la base de datos. Por el contrario, en otras ocasiones los datos son escasos; lo anterior se debe a que en algunos sistemas sólo podemos extraer muestras pequeñas o se tiene información cualitativa o restringida a resúmenes estadísticos. Sin embargo, en aquellos casos en los cuales tenemos gran cantidad de información, todavía existe el problema de *qué tan relevante es la información.* Además, puede darse el caso que no exista información previa alguna sobre el sistema.

Dependiendo de la situación en la cual nos encontremos, podemos extraer datos del sistema de numerosas fuentes: registros históricos, observación directa, sistemas similares, estimaciones del operario, información del fabricante, estimaciones del diseño, consideraciones teóricas, entre otros [3].

Veamos el caso en el cual se tiene suficiente información previa del sistema a modelar; aún tenemos el problema de trabajar con una distribución teórica a la cual se ajusten los datos o si se trabaja con la distribución empírica dada la cantidad o calidad de información procedente del sistema. La respuesta es muy sencilla. No existe un consenso general para decidirse por una o por otra. Los mismos *"gurúes"* de la simulación se contradicen unos a otros. En el siguiente apartado se explican distintos métodos para ajustar los datos recolectados a una distribución estadística teórica.

Cuando no hay datos disponibles del sistema se recomienda el uso de la distribución triangular, con un mínimo, un máximo y la moda determinados por medio de conversaciones con expertos.

6.2 Ajustando los datos a distribuciones estadísticas

Asumamos que los datos procedentes del sistema pueden ser ajustados (aproximados) a una distribución estadística teórica conocida. El primer paso a seguir es determinar si dichos datos provienen de un proceso discreto (e.g. atributos) o continuo (e.g. tiempo de servicio). Luego, se organizan los datos, para presentarlos de manera más clara en forma de histograma de frecuencias.

Con el fin de obtener el histograma de frecuencias, primero agrupe los datos en clases o categorias y determine el número de puntos pertenecientes a cada clase (frecuencia de clase). A cada histograma de frecuencias corresponde una tabla de frecuencia o distribución de frecuencia; la tabla 3.1. muestra una distribución de frecuencias para tiempos de servicio.

Límite clase superior	Número Observ.	Frecuencia Relativa
∝	4	0.034
115	5	0.043
112	6	0.051
109	7	0.060
106	16	0.137
103	10	0.085
100	22	0.188
97	17	0.145
94	14	0.120
91	13	0.111
88	3	0.026
Totales	117	1.000

Tabla 6.1: Distribución de frecuencias para tiempos de servicio

La representación gráfica (histograma de frecuencias) de esta distribución de frecuencias debe ser tratada con cuidado. Muy pocas o demasiadas clases pueden conducir a errores en la interpretación de la distribución; veamos que sucede si tomamos sólo 3 intervalos:

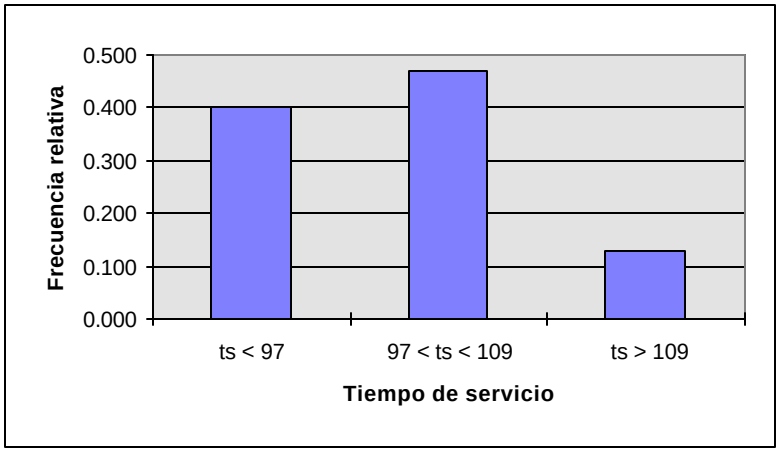


Fig. 6.1.: Histograma de frecuencias - 3 intervalos

Ahora veamos cual es el resultado tomando un número mayor de intervalos, de acuerdo con la tabla 3.1.

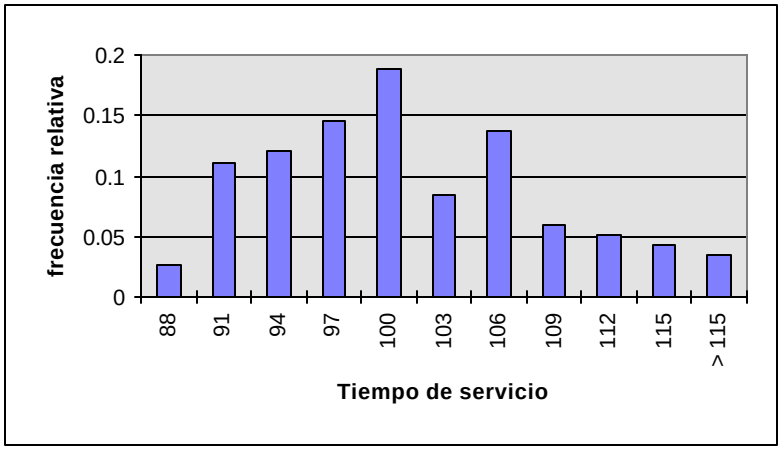


Fig. 6.2.: Histograma de frecuencias - 11 intervalos

En este caso, aún cuando el comportamiento de los datos es similar, estadísticamente pueden presentar diferencias significativas. Si seguimos aumentando el número de intervalos, se corre el peligro de obtener un histograma de frecuencias muy difuso, con información contradictoria entre clases consecutivas. Es recomendable construir el histogramas con un número de clases entre 8 y 12 [3].

6.3 Estimación de parámetros

Una vez el analista ha identificado la distribución adecuada de los datos, el siguiente paso es estimar los parámetros de la distribución utilizando los datos disponibles. En algunos casos, los datos vienen sin procesamiento (v.g. ordenados, agrupados), y la estimación de los parámetros es más representativa;

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} \qquad S^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{\bar{X}})^2}{n-1}$$

sin embargo, en ocasiones los datos vienen ya ordenados y agrupados, lo cual no es conveniente si los datos son continuos; de todos modos, podemos aún aproximar los parámetros de la muestra a partir de la información que se tiene de la tabla de frecuencias;

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{j=1}^{c} f_j m_j}{n}$$

$$S^2 = \frac{\sum_{j=1}^{c} f_j m_j^2 - n\bar{\bar{X}}}{n-1}$$

donde f_j es la frecuencia observada en el *j*-ésimo intervalo de clase y *c* es el número de intervalos de clase utilizados en el análisis. La tabla 3.2 muestra estimadores numéricos para los parámetros de algunas de las distribuciones más utilizadas en simulación [1]:

Distribución	*Parámetro(s)*	*Estimador(es) Sugerido(s)*
Poisson	α	$\hat{\alpha} = \overline{X}$
Exponencial	λ	$\hat{\lambda} = \frac{1}{\overline{X}}$
Gamma	β, θ	$\hat{\beta}$ *(ver tabla A.8)* $\hat{\theta} = \frac{1}{\overline{X}}$
Uniforme	b	$\hat{b} = \frac{n+1}{n}$ [*max (X)*] *unbiased*
Normal	μ, σ^2	$\hat{\mu} = \overline{X}$ *unbiased* $\sigma^2 = S^2$
Weibull	α, β	$\hat{\beta}_0 = \frac{\overline{X}}{S}$ $\hat{\beta}_j = \hat{\beta}_{j-1} - \frac{f(\hat{\beta}_{j-1})}{f'(\hat{\beta}_{j-1})}$ *ver ecuaciones (3.3) y (3.4). Iterar hasta convergencia* $\hat{\alpha} = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i^{\hat{\beta}} \right)^{1/\hat{\beta}}$

Tabla 6.2: Estimadores numéricos sugeridos

Estos estimadores numéricos son basados en el principio de máxima verosimilitud; sin embargo, para estimar los parámetros de la distribución gamma (β) una aproximación muy utilizada en simulación viene dada por: $\beta = (\sigma^2/\mu)$, entonces podemos utilizar la media y desviación estándar estimados de la muestra obtenida.

6.4 Pruebas de bondad de ajuste

Cuando alguno de los elementos del sistema se comportan estocásticamente, un problema frecuente que se presenta durante el estudio típico de la simulación es la prueba de compatibilidad de un conjunto de frecuencias observadas con alguna frecuencia teórica. Entonces surge la pregunta ¿Podrían los datos o valores de una muestra que alguien observó tener el comportamiento de una distribución de probabilidad? Para contestar correctamente a esta pregunta se debe realizar lo siguiente:

1. Si la frecuencia de los datos observados tiene una buena comparación con la frecuencia teórica o esperada, usted puede utilizar la distribución teórica para representar la población del estudio.
2. Usualmente no se puede adivinar o proponer una hipótesis acerca de la distribución de una variable aleatoria hasta que se haya recolectado y analizado los datos.

Similar a los procedimientos para determinar la frecuencia de los datos generados en el capítulo anterior, las pruebas de frecuencia estadísticas de Kolmogorov-Smirnov y Chi-cuadrado nos

sirven para comparar la distribución de los datos obtenidos del proceso en estudio contra alguna de las distribuciones teóricas conocidas.

Chi-cuadrado utiliza el estadístico:

$$X_0^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

donde *Oi* es el valor observado en la clase i-ésima, *Ei* es el valor que se espera de la distribución de densidad en dicha clase y *n* es el número de clases (no es el tamaño de la muestra *N*).

Puede ser demostrado que la distribución de la muestra X_0^2 es aproximadamente chi-cuadrado con (*k - s* - 1) grados de libertad; donde s representa el número de parámetros de la distribución estimados por la muestra estadística.

Esta prueba es válida para tamaños de muestra grandes, para distribuciones discretas y continuas, siempre y cuando los parámetros sean estimados por máxima verosimilitud. Para el caso de distribuciones discretas, el número de intervalos de clase se determina por el número de celdas resultante después de combinarlas adecuadamente; sin embargo, para el caso continuo, el número de celdas debe ser especificado. La tabla 3.3 sugiere el número de celdas relacionadas con la prueba chi-cuadrado [1].

Tamaño de muestra, N	*Número de intervalos de clase, k*
<30	*No utilice la prueba*
50	5 a 10
100	10 a 20
>100	$\sqrt{n}$ a *n*/5

Tabla 6.3: Recomendaciones para el número de intervalos de clase en distribuciones continuas

Claramente, no existe un procedimiento específico para determinar el número de celdas exactas a utilizar en distribuciones continuas; sin embargo, las sugerencias en la tabla 3.3 son de gran utilidad.

Ejemplo 1.
Suponga que se tira un dado 120 veces y se obtienen los resultados que se muestran en la tabla de abajo. Si el dado es bueno, esperaríamos que cada cara del dado aparezca alrededor de 20 veces. Utilizando un nivel de significancia del 5% probaremos por medio de la prueba chi-cuadrado que el dado no está cargado (es bueno).

Cara	1	2	3	4	5	6
Frecuencia observada	25	17	15	23	24	16
Frecuencia experada	20	20	20	20	20	20

Grados de libertad = 6 – 1

$$\chi^2 = \frac{(25-20)^2}{20} + \frac{(17-20)^2}{20} + \frac{(15-20)^2}{20} + \frac{(23-20)^2}{20} + \frac{(24-20)^2}{20} + \frac{(16-20)^2}{20}$$

$$\chi^2 = 5.0$$

El valor crítico de χ^2 con un α = 5% y ν = 5 es 11.1 (ver tabla valores críticos χ^2) Debido a que 5.00 < 11.1 no podemos rechazar la hipótesis nula de que no hay diferencias entre los datos observados y los datos esperados de un buen dado.

Ejemplo 2.

Se tomaron 117 observaciones de los tiempos de servicio (en minutos) de una oficina gubernamental. En la siguiente tabla se aprecia el resumen de los datos recolectados.

Límite Superior	Número Observado	Frecuencia Relativa
∞	4	0.034
115	5	0.043
112	6	0.051
109	7	0.060
106	16	0.137
103	10	0.085
100	22	0.188
97	17	0.145
94	14	0.120
91	13	0.111
88	3	0.026
Total	117	1.000

La media calculada es 100.265, y es estimador de la varianza 62.3. Por observación podemos suponer que los datos siguen una distribución normal. Esta suposición se ve reforzada porque el tiempo de servicio está constituido por la suma de los tiempos de operación de cinco actividades (recuerde el teorema del límite central). Con un nivel de confianza del 95% deseamos probar la hipótesis que los datos recolectados constituyen una muestra de una distribución normal con media 100.265 y varianza 62.3.

Para hacer esta prueba debemos primero estandarizar los datos, o sea calcular los valores *Z* por medio de la fórmula

$$Z = \frac{(x - \bar{x})}{s}$$

Donde s^2 = 62.3, s = 7.89, x = 100.26, x = límite superior

Con estos valores Z podemos, por medio de una tabla de distribución normal, determinarar la probabilidad acumulada. Por diferencia calculamos la probabilidad de ocurrencia de cada rango, y multiplicamos este dato por 117 para obtener el valor esperado. A continuación se presentan los resultados obtenidos mediante el procedimiento descrito.

Límite Superior	Z	P(x<z)	Prob. de Ocurrencia	Número Esperado	Número Observado	Estadístico χ^2
∞	-	1.0000	0.0307	3.59	4	
115	1.87	0.9693	0.0374	4.38	5	0.134
112	1.49	0.9319	0.0654	7.65	6	0.356
109	1.11	0.8665	0.0992	11.61	7	1.830
106	0.73	0.7673	0.1305	15.27	16	0.035
103	0.35	0.6368	0.1488	17.41	10	3.154
100	-0.03	0.4880	0.1471	17.21	22	1.333
97	-0.41	0.3409	0.1261	14.75	17	0.343
94	-0.79	0.2148	0.0938	10.97	14	0.837
91	-1.17	0.1210	0.0942	11.02	13	
88	-1.93	0.0268	0.0268	3.14	3	0.239
Total			1.0000	117.00	117	8.846

Grados de libertad = $\nu = 11 - 2 - 2 - 1 = 6$
Para $\alpha = 0.05$ y $\nu = 6$ el valor crítico de $\chi^2 = 12.6$.

Recuerde que cuando hay clases con una frecuencia esperada menor a cinco, se deben agrupar. Con cada agrupación perdemos un grado de libertad. Adicionalmente perdemos un grado de libertad por cada parámetro estimado de la muestra de datos para la distribución a evaluar. Por ser la normal debimos estimar dos parámetros, la media y la desviación estándar. Esto nos deja con siete grados de libertad, a los cuales le debemos restar uno más para quedar finalmente con seis grados para nuestro valor crítico de χ^2.

Debido a que 8.846 < 12.6 no podemos rechazar la hipótesis nula de que no existen diferencias significativas entre los datos observados y los datos esperados de una distribución normal con media 100.265 y varianza 62.3.

Nótese que a la hora de calcular los grados de libertad restamos dos grados por concepto de la estimación de la media y la varianza a través de los datos muestrales. Cuando se usa la prueba Chi-Cuadrado nos debemos asegurar que una frecuencia o conteo de al menos cinco ocurrencias en cada clase. Si no tenemos una cantidad experada de al menos cinco, entonces debemos agrupar clases hasta alcanzar este objetivo.

Kolmogorov-Smirnov es particularmente de mucha utilidad cuando el tamaño de la muestra N es pequeño y cuando no se han estimado los parámetros de los datos; compara la función de distribución acumulada *F(x)* de la distribución teórica con la función de distribución acumulada empirica, $S_N(x)$, en la muestra de N observaciones.

El estadístico $S_N(x)$ se calcula de la siguiente manera:

$$S_N(x) = \frac{\sum_i I_{\{R_i \le x\}}}{N}$$

cuando *N* crece, $S_N(x)$ aproxima mucho mejor el valor de *F(x)*, provisto que la hipótesis nula (los números generados provienen de una distribución teórica escogida) es verdadera. La prueba está basada en la mayor desviación absoluta entre $S_N(x)$ y *F(x)* sobre el rango de la variable.

$$D_N = \max |S_N(x) - F(x)|$$

Ejemplo 3
Vamos a retomar el ejemplo 2 para analizarlo esta vez por medio del método Kolmogorov-Smirnov. Utilizaremos tanto el valor esperado teórico como la frecuencia esperada para la distribución normal que calculamos en la prueba χ^2.

Límite Superior	Frecuencia Relativa Observada	$S_n(x)$ Frecuencia Relativa Acumulada	F(x) Frecuencia Teórica Acumulada	Estadístico K-S
∞	0.034	1.000	1.0000	0.0000
115	0.043	0.966	0.9693	0.0033
112	0.051	0.923	0.9319	0.0089
109	0.060	0.872	0.8665	0.0055
106	0.137	0.812	0.7673	0.0447
103	0.085	0.675	0.6368	0.0382
100	0.188	0.590	0.4880	0.1020
97	0.145	0.402	0.3409	0.0611
94	0.120	0.257	0.2148	0.0422
91	0.111	0.137	0.1210	0.0160
88	0.026	0.026	0.0268	0.0008

El mayor valor calculado del estadístico K-S es 0.1020. El valor crítico para una significancia α = 5% y 117 grados de libertad es 0.1287. Por lo tanto, como 0.1020 < 0.1287 no podemos concluir que existan diferencias significativas entre los datos observados y los valores esperados de una distribución normal con los mismos parámetros.

En este momento el lector se puede estar preguntando cuando utilizar la prueba K-S y cuando Chi-Cuadrado. En general, podemos tomar esta decisión con base en la naturaleza de la distribución y el tamaño de muestra. La prueba K-S solo es aplicable para distribuciones continuas, mientras que Chi-Cuadrado sirve tanto para distribuciones continuas como discretas. Debido a que necesitamos por le menos cinco observaciones en cada celda, y porque deseamos la mayor cantidad posible de grados de libertad, la prueba Chi-Cuadrado no es aplicable para muestras pequeñas, mientras que la prueba K-S es válida para cualquier tamaño de muestra. Como regla general se recomienda para la prueba Chi-Cuadrado contar con al menos 100 observaciones, aún cuando algunos autores han reportado obtener buenos resultados con muestras pequeñas de hasta 30 observaciones.

6.5 Errores asociados a las pruebas estadísticas

Las pruebas de bondad de ajuste, al igual que toda prueba estadística, está ligada a errores estadísticos. Estos errores son:

ERROR TIPO I(a). Es aquel error que se da al **rechazar** una hipótesis nula siendo esta **correcta**.

ERROR TIPO II(b). Es el error de **aceptar** una hipótesis nula siendo esta **falsa**.

Como se puede ver el Error Tipo I depende directamente de la significancia con que se desea trabajar. La práctica común dicta que lo "normal" es trabajar con un α = 5%, sin embargo raras veces se explica el por qué. En cuanto a la información recabada se han propuesto varias hipótesis en cuanto al empleo de un nivel de significancia normalmente aceptado.

A quienes resumen que el empleo de un α del 5% se da por un aspecto de intersección de las curvas. El punto donde se cruzan las rectas β y α coincide con el valor de 5%, el cual a su vez da la relación de costos mas baja.

Otros prefieren dar una explicación basada en los principios de las técnicas de control estadístico de la calidad, pues permite ver el problema desde una perspectiva más práctica. El hecho de que al tener un α (significancia) del 5% y un 1-α (confianza) del 95% se busca lograr un equilibrio entre costos y probabilidad de que productos defectuosos lleguen a los consumidores. Al mantener una relación 95-5, se busca una probabilidad de que al menos un 95 % de los productos estén dentro de los valores aceptables y un 5% de que así no sea. De tal forma se define un aspecto de costos equilibrando la cantidad de producto analizado.

Técnicamente el nivel de significación alfa debería determinarse con base en costo total menor de rechazar frecuentemente, (un alfa grande) incluyendo mayoritariamente aquellas ocasiones en que no debió detenerse el proceso por variaciones aleatorias al creer que no lo eran, ya que sólo debió pararse cuando efectivamente había un problema de calidad (una desviación real más allá de la especificada), más el costo de sólo hacerlo en casos extremos, (un alfa muy pequeño), dejando pasar productos que incumplían. Lo anterior corresponde a la ponderación de los dos errores, tipo I y tipo II, con probabilidades alfa y beta, donde al disminuir uno de ellos, el otro aumenta, para un mismo proceso (media y desviación estándar), con una misma muestra.

En algunos procesos pueden manejarse alfa más o menos pequeños como 5% o 1%, a sabiendas que el error beta sería relativamente grande, 20% o 25%, lo cual indica que se acepta un riesgo mayor de entregar producto disconforme como si fuera conforme, a cambio de no detener frecuentemente el proceso.

En otros casos, como en los medicamentos, se prefiere un alfa grande para que beta sea pequeño. Así, cualquier desviación respecto de la especificación implica tomar una acción correctiva, de tal manera que se obtiene control más estricto, únicamente para disminuir la probabilidad de un error tipo II en que se estaría aceptando que un producto cumple cuando en realidad no cumple, lo cual es grave en una droga, ya que o envenena y mata por exceso, o no cura la enfermedad y mata por ausencia o menor contenido del principio activo.

De nuevo se deben ponderar costos, el de detener muchas veces innecesariamente el proceso y el de pagar los muertos, los cuales tienen un precio (valor) legal, (¡no de mercado!), debiendo seleccionarse el valor de alfa y beta que produzca el menor costo total (suma de ambos costos).

Para ello habría que simular los resultados de diferentes valores y tomar una decisión.

Si esto ya es difícil, más difícil es conceptualmente el cálculo de beta, ya que para ello debe asumirse un valor alterno para el parámetro que se somete a prueba, por ejemplo, la media del proceso, ya que beta es la probabilidad de error tipo II, donde se acepta (erróneamente) que se cumple la hipótesis nula (media del proceso = valor medio, nominal, central, especificado) cuando lo cierto es que no se cumple, (es falsa, miu es diferente del valor medio), ya que el verdadero valor promedio miu es otro, llamado valor alterno.

El gran dilema es: ¿cuál es ese valor?, ya que lo que se sabe apenas es el valor medio especificado y el valor muestral observado. No se sabe en realidad cual es el valor medio (poblacional) del proceso.

6.6 Referencias

[1] Banks, Jerry, and John S. Carson II [1984], *Discrete-Event System Simulation*. Prentice-Hall international series in industrial and systems engineering.

[2] Law, Averill M., and W. David Kelton [1982], *Simulation Modeling and Analisis*, McGraw-Hill, New York.

[3] Pedgen, C. Dennis, Robert E. Shannon, and Randall P. Sadowski [1995], *Introduction to Simulation Using SIMAN*, McGraw-Hill, New York.

VII. Verificación y Validación

8.1 Introducción

Una vez que uno tiene un modelo funcional, y en muchos casos aún cuando se está construyendo el modelo, es hora de verificar y validar el modelo. *Verificación* es la tarea de asegurarse que el modelo se comporta como se tenía planeado; comúnmente se le llama también "despulgar" el modelo. La *validación* busca asegurar que el modelo se comporte de la misma forma que el sistema real. A continuación iniciaremos por discutir más a fondo los aspectos importantes de la verificación.

8.2 Verificación

Asumamos que usted a completado un modelo de simulación, o al menos un componente de éste, y desea verificar que el modelo se comporte según las especificaciones del diseño. Esto puede parecer tarea fácil, pero cuando los modelos que usted simula y los sistemas que éstos representan se vuelven más complejos, la verificación puede ser ardua. En modelos grandes uno puede tener muchas actividades simultáneas distintas que pueden provocar interacciones que nunca fueron consideradas. De aquí la importancia de desarrollar pruebas para identificar las interacciones indeseables así como los simples errores de modelación. En este punto suele ser muy útil hacer una animación para el modelo. No tiene que ser una animación con gran detalle, pero deberá contar con lo suficiente para poder identificar las actividades que ocurren dentro del sistema. Se sugiere por comenzar a revisar lo más obvio.

Si por ejemplo se tiene un sistema que produce tres tipos distintos de componentes, modifique el modelo para que solo produzca la parte tipo 1, y observe el flujo de la parte a través del sistema. El procedimiento se puede repetir luego para los otros dos tipos de partes. Modifique todos los tiempos de procesos a valores constantes, y libere solo una cantidad limitada de partes en el sistema. Los resultados deberían ser predecibles. Pruebe el otro extremo decrementando la tasa de arribo de las partes, y luego observe también que ocurre cuando el sistema se sobresatura de partes. Otras opciones son cambiar las proporciones de la mezcla de partes, los tiempos de proceso, las tasas de fallo, etc. Lo que se busca es crear una amplia gama de situaciones donde la lógica del modelo pueda fallar. Desde luego, si encuentra problemas, corríjalos. Luego decida si es necesario aplicar de nuevo algunas de las pruebas iniciales.

Una vez que a completado las pruebas obvias, uno debe reflexionar sobre qué tipos de escenarios desearía incluir en el análisis. Corra estos distintos escenarios lo mejor que pueda y observe si el modelo se desempeña adecuadamente. Si cuenta con períodos durante los cuales no utilizará la computadora, deje el tiempo de corrida abierto y deje correr el modelo durante largos períodos. Lo mejor es realizar este tipo de experimentos durante la noche. Revise cuidadosamente los resultados, fijándose en especial en colas enormes, recursos no utilizados, etc. La pregunta que uno busca hacerse es: ¿Tienen sentido los resultados? Si pasa períodos extensos en el escritorio sin usar la computadora, deje el modelo correr con la animación activa. Cuando el tiempo lo permita, dele un vistazo al monitor y observe si todo parece comportarse adecuadamente. Si está seguro que el modelo está trabajando bien, entonces es hora para aplicar la prueba ácida.

Reúna a un grupo de personas que estén altamente familiarizados con el sistema real y muéstreles la animación. Si hay algún problema, probablemente aquí será detectado. Una vez que reciba la bendición del grupo, aplique una última prueba antes de cantar victoria. Pregúntele al grupo si a ellos les gustaría introducir algún cambio al modelo. Los individuos que están familiarizados con el sistema, pero no con la simulación, tienden a pensar diferente. Puede ser que ellos sugieren modificaciones en las que uno nunca pensó.

Antes de mostrarle la animación al grupo, se debe considerar el nivel de detalle requerido por la animación. En mucho casos una animación que solo muestre las actividades básicas es suficiente. Probablemente uno deberá describir qué es lo que la animación muestra, pero una vez que los individuos vean más allá de los dibujitos, ellos serán capaces de visualizar el sistema real. Recuerde ser sensible a la retroalimentación del grupo cuando éste vea la animación por primera vez. Uno suele sorprenderse del tipo de reacciones que se dan. Existen personas que no pueden sobreponerse al hecho que las máquinas en la animación aparecen de color azul, cuando en realidad son verdes. Si topa con este tipo de comentarios, tome el tiempo para hacer las correcciones del caso. Recuerde que el propósito es que el grupo acepte nuestro modelo como una representación fiel de su sistema. Si tenemos suerte, ellos se convertirán en nuestro mayor respaldo para el proyecto.

En este punto debemos aceptar que probablemente es imposible verificar totalmente un modelo de un sistema complejo. Los exportan reportan haber encontrado modelos verificados que han sido utilizados para análisis extensos, los cuales repentinamente arrojan resultados sin sentido. Esto típicamente suele ser causado por una combinación única de circunstancias que nunca fue considerada en el modelo. En estos casos no queda más que admitir que todo nuestro análisis previo fue inexacto. Debemos aceptar que no existe una verificación mágica, ni un solo método aceptado por todos. La clave se encuentra en que tanto uno como el cliente quede totalmente convencidos que el modelo se comporta como estaba planeado. Hecho esto, es hora de considerar la validación del modelo. A pesar de que hemos tratados la verificación y la validación como dos temas aparte, la diferencia entre las dos es sutil.

8.3 Validación

Para poder validar un modelo de simulación, uno debe comprar los resultados del modelo simulado con los del sistema real. Si el sistema todavía no existe, entonces ya contamos con problemas adicionales para comenzar. Aún cuando el sistema existe, esta comparación puede ser una difícil tarea. Muchas organizaciones suelen llevar registros de información histórica del desempeño del sistema. Sin embargo, estas mismas organizaciones no indican qué era lo que el sistema estaba haciendo o produciendo durante dicho período. Aún cuando la información exista, esta puede ser inexacta o confusa.

Años atrás existía un complejo modelo de simulación desarrollado para una fábrica de cajas de transmisión de equipo pesado. La planta tenía aproximadamente 1400 máquinas agrupadas en aproximadamente 30 departamentos. El modelo fue desarrollado para determinar la sensibilidad de una mezcla de producto en la producción total y el efecto potencial de introducir una nueva línea de productos en el sistema. Las principales medidas de desempeño estaban todas relacionas con la capacidad del sistema. Todos los planos del proceso y los tiempos de proceso se tomaron de la base de datos de la planta. Adicionalmente, todas las órdenes liberadas fueron tomadas del año de producción anterior. Una vez verificado el modelo, la validación dio inicio.

El primer juego de corridas aportó resultados que confundieron totalmente al cliente. Aparecieron cuellos de botella que no existían en el sistema real. Una comparación detallada de la utilización de los recursos mostraba grandes diferencias entre el modelo simulado y los datos históricos. El problema se resolvió fácilmente cuando se supo que los tiempos de proceso que se mantenían en la base de datos estaban basados en tiempos estándar utilizados por el sistema de costeo. Estos no representaban de forma alguna los tiempos de proceso verdaderos de la planta. Se debe tener mucho cuidado con este tipo de problema, pues suele ser común. Los datos suelen ser mantenidos para conveniencia de los contadores, y no de los ingenieros. Dichosamente alguien había desarrollado una tabla de conversión que transformaba los tiempos estándar en tiempos reales de proceso. Estas tablas se incorporaron al modelo y el proceso de validación continuó.

Todo parecía estar bien hasta que se hizo una corrida para un año completo, y se compararon los resultados con los datos históricos. Once de los doce meses produjeron resultados casi idénticos. Había, sin embargo, un año en medio del período simulado en el cual la producción había sido 40% mayor que la indicada por el modelo de simulación. Se invirtió gran cantidad de tiempo para encontrar la causa de esta discrepancia. Se asumió que había un problema con el modelo de simulación – ERROR! Finalmente el grupo de analistas empezó a sospechar que la información histórica estaba sesgada. Al mirar detalladamente a los resultados del mes en cuestión se encontró que las estadísticas de utilización de los recursos de la simulación concordaban con la información histórica. De hecho, se pudo rápidamente determinar que la única diferencia radicaba en la cantidad de transmisiones producidas. Todos estaban totalmente convencidos que el sistema no tenía capacidad para producir tantas unidas como los datos históricos indicaban. Después de varias semanas de confusión surgió la respuesta.

Alguien finalmente se dio cuenta que el mes en cuestión era el último mes del año fiscal de la empresa. Resulta que había una pequeña cantidad de producto que por diversas razones había sido rechazada durante los primeros once meses del año. Estos productos se habían hecho a un lado hasta que súbitamente en el último mes resultaron aceptables y fueron reportados como parte de la producción del mes. La razón era que esto mejoraba el desempeño anual del sistema. Semanas más tarde dichos productos fueron formalmente rechazados, pero los registros del año anterior nunca se ajustaron. Al quitar estos artículos de la producción del mes permitió finalmente validar el modelo.

Si no existen registros confiables del sistema real, entonces puede que sea imposible validar el modelo. En dicho caso, uno debe concentrarse en la verificación y usar su mejor juicio de los individuos que están familiarizados con el desempeño del sistema. Muchas veces los empleados de planta tienen una habilidad especial para predecir con gran precisión el desempeño de un nuevo sistema. Recuerde, la clave radica en que tanto el analista como el cliente tengan confianza en los resultados del modelo.

Si uno ya ha llegado a esta etapa del proyecto de simulación, uno ya ha sobrepasado la mayoría de los obstáculos. Ahora ya uno está en capacidad de utilizar el modelo para dar respuesta a algunas preguntas.

8.4 Resumen

Puntos importantes en la verificación:

1. Documentar el modelo.
2. Utilizar técnicas de programación estructurada.
3. Ir a través de la lógica del modelo con alguien más.
4. Corroborar las salidas para un conjunto de datos de entrada (se pueden utilizar datos simplificados como tiempos de proceso constantes, un solo tipo de producto en lugar de una mezcla de productos, etc.)
5. Imprimir los parámetros de la simulación al final de la corrida.
6. Utilizar el "*Interactive Run Controller*" de Arena y el comando "*trace.*"
7. Emplear la animación.

Aspectos a considerar en la validación:

1. Afrontar el proceso de validación.
2. Análisis de sensibilidad.
3. Corridas con condiciones extremas.
4. Cambiar la frecuencia de ocurrencia de los bloques de decisión, tales como choose, chance o branch.
5. Validar los supuestos conceptuales.
6. Hacer revisiones de consistencia de resultados.
7. Mezclar reportes obtenidos con datos simulados y reportes con datos reales, y presentarlos a los usuarios del sistema para ver si logran identificar unos de otros.

VIII. Análisis Estadistico de Resultados

8.1 Introducción

Así como los datos de entrada que se dan al analizar el comportamiento de un determinado sistema se caracterizan por ser aleatorios, los resultados que se obtengan serán por lo tanto aleatorios. El correr una Simulación provee una muestra aleatoria de lo que pudiese ocurrir bajo determinadas condiciones y si se cambia el valor de la semilla inicial el resultado obtenido será distinto; por esto la Simulación si se corre solamente una vez, no es adecuada para obtener un resultado preciso del comportamiento del sistema.

Al ser la simulación un experimento, las observaciones obtenidas deben ser estadísticamente independientes e idénticamente distribuidas para poder hacer deducciones estadísticas adecuadas con respecto al sistema simulado. Estas observaciones deberán ser obtenidas después de que se mantenga un estado estable en los resultados del sistema, pues de dicha forma el error de muestreo será menor, logrando de esta forma resultados más exactos. Para lograr dicho objetivo se puede:

- realizar simulaciones "muy" largas para lograr las oportunidades de llegar al estado estable;
- duplicar las corridas de simulación con diferentes sucesiones de números aleatorios y utilizando cada una para representar una observación.

Dependiendo de las respuestas que se busquen de un estudio de simulación, así será el análisis de resultados que deberemos realizar. Si lo que se busca es tan solo conceptuar la dinámica del sistema, entonces una buena animación por sí solo podría bastar. Sin embargo, el uso de la estadística descriptiva se vuelve básico cuando los que buscamos es determinar aspectos tales como:

- encontrar el desempeño esperado de un sistema en particular;
- determinar el valor “óptimo” para una determinada variable de decisión;
- estimar la mejor combinación de valores para dos o más variables de decisión;
- determinar la sensibilidad del modelo ante cambios en una o más variables;
- comparar el desempeño de distintas configuraciones del sistema.

8.2 Estados transitorio y estable en la simulación

El mayor problema se da producto de la dependencia de las observaciones. Por ejemplo, analizando el tiempo de espera en una cola se observa que la primera persona (entidad) que ingresa al sistema no tiene que esperar en cola, pero conforme van llegando más y más personas, el tiempo de espera en la cola va aumentando (estado transitorio); entonces, cuanto se tiene que si el tiempo de espera de una persona es largo, es muy probable que el tiempo de espera de la próxima persona sea largo también.

La simulación, siendo un experimento estadístico, exhibe comúnmente variaciones en la salida. Estas variaciones ocurren como función del tiempo. La salida normalmente comprende dos regiones: el estado transitorio y el estado estable. El transitorio se caracteriza porque la salida es función del tiempo de simulación. En el estado estable, la salida se vuelve independiente del tiempo.

El diseño de la mayoría de los sistemas suele estar basado en resultados de estado estable. En consecuencia es fundamental que se mida la salida da la simulación después de que se haya

llegado al estado estable. Por desgracia, en un modelo de simulación común, la longitud del estado transitorio no se puede predecir con anticipación.

8.3 Procedimientos de recopilación de observaciones

Existen tres procedimientos para recopilar observaciones en la simulación, a saber:

- el método de la duplicación;
- el método de subintervalos;
- el método de ciclos.

Es importante, independientemente del método empleado, permitir un período de calentamiento inicial, de manera que la simulación pueda llegar al estado estable. Para ello existen procedimientos como el de truncamiento, el cual especifica la longitud del período de simulación que debe truncarse antes de que se pueda comenzar a obtener observaciones.

8.3.1 Método de la duplicación

En este método cada observación está representada por una corrida o proceso independiente, donde cada uno comenzó con las mismas condiciones iniciales, pero con una sucesión distinta de números aleatorios. Su ventaja es la independencia estadística de las observaciones. Su desventaja, que cada observación puede estar muy influenciada por el efecto de las condiciones iniciales.

8.3.2 Método de subintervalos

Este método se usa para reducir el efecto de las condiciones transitorias asociadas con el método de la duplicación. Para ello se recomienda dividir cada proceso de simulación en intervalos de tiempo iguales. El inicio de cada intervalo es el punto de partida para registrar la información de una nueva observación. La ventaja que ofrece es que la condición transitoria se diluye con el tiempo. La desventaja es que la hipótesis de independencia se destruye, pues los valores al inicio de un intervalo dependen de las condiciones finales del intervalo inmediatamente anterior, dándose el fenómeno de la autocovarianza entre intervalos sucesivos. Este efecto se puede reducir aumentando el número de observaciones e incrementando el intervalo asociado con cada observación. Ello, sin embargo, aumentaría los costos debido a un mayor tiempo de utilización del computador.

Para un problema de colas, donde se desea estimar el tamaño de la línea de espera, se debe tener cuidado con la fórmula estimadora de la varianza. De utilizarse el mismo procedimiento enunciado en el método de la duplicación, se estaría pasando por alto el efecto de la autocorrelación.

8.3.3 Método de ciclos

Este método busca reducir el efecto de la autocorrelación que está presente en el método de subintervalos dando inicio a cada intervalo en puntos del tiempo con condiciones análogas. Si bien a través de éste se puede reducir el efecto de autocorrelación, tiene la desventaja de producir un número menor de observaciones comparado con el método de subintervalos. Esto se da, pues no se tiene certeza a priori de cuando empezará cada nuevo ciclo o cuánto durará cada uno.

8.4 Interpretando los resultados

Después de haber creado, verificado y validado nuestro modelo de simulación, debemos prestar atención a la interpretación de los resultados. Esta tarea debe realizarse cuidadosamente, pues de lo contrario podríamos caer en conclusiones erradas.

A pesar de que la animación sirve como herramienta de análisis, dicho análisis es solamente complementario y no excluyente del análisis de los resultados. Muchas veces se cae en el error de generar conclusiones basados solamente en los resultados de una corrida, cuando dicha corrida solo representa una de múltiples posibles respuestas. Recordemos que la naturaleza probabilística de la simulación implica variaciones estadísticas en los resultados del modelo. De ahí la importancia de utilizar tanto estimadores puntuales como intervalos de confianza a la hora de analizar los resultados de la simulación.

Los intervalos de confianza nos dan una idea del error implícito en el estimador puntual del parámetro bajo estudio. Éstos nos indican la confiabilidad del estimador. Intervalos con alta variabilidad implican que el estimador puntual no es creíble, y por lo tanto le debemos dar poco peso.

El rango de un intervalo de confianza está relacionado tanto con la variabilidad del sistema como con la cantidad de información utilizada para calcular el estimador. Esto significa que un sistema con alta variabilidad requerirá de gran cantidad de información (corridas más largas, y/o mayor cantidad de corridas) para poder obtener resultados de mayor precisión.

Para ilustrar estos conceptos vamos a presentar un ejemplo. Asumamos que nuestro problema es estimar el número de unidades producidas por día en una fábrica. Si bien la cantidad de unidades producidas varía de día a día, el valor esperado permanece constante y tiene un valor de 20. Esta cantidad esperada, las 20 unidades por día, es desconocida por nosotros, y precisamente el parámetro que deseamos estimar por medio la recolección de información de la producción en la planta. Después de registrar la producción durante diez días consecutivos obtenemos los siguientes resultados:

Día	Unidades Producidas
1	35
2	12
3	26
4	38
5	8
6	16
7	23
8	41
9	13
10	34
Promedio	24.6

Como se puede apreciar, la producción diaria varía aleatoriamente. Estas variaciones pueden ser producto de fluctuaciones en los tiempos de proceso o fallas en los equipos, por ejemplo. Si usamos solamente el resultado de un día para obtener el estimador, existe el peligro de caer en extremos. Del ejemplo anterior vemos que los resultados varían desde 8 unidades hasta 41 unidades de producción diaria.

Un promedio de los diez datos muestrales nos da un mucho mejor estimador de la producción diaria, pero no nos indica nada acerca de la confiabilidad de este estimador. En nuestro caso, nosotros deseamos saber si 24.6 es un buen estimador del valor esperado de la producción.

Si asumimos que los datos son independientes y distribuidos normalmente, podemos utilizar procedimientos estadísticos para calcular el intervalo de confianza para la producción diaria esperada. El intervalo de confianza del 95% para la media de producción diaria es [16.0, 33.2]. Como podemos apreciar, el valor real de la tasa de producción (20) se encuentra efectivamente dentro de dicho intervalo con una confianza de 0.95. La alta variabilidad en el rango del intervalo indica que no debemos poner mayor credibilidad al estimador puntual de 24.6 como estimador de la verdadera tasa promedio de producción diaria. Para aumentar la confiabilidad de nuestro estimador debemos recolectar más información, o sea aumentar el tamaño de la muestra

8.5 Clasificación de sistemas en terminales y no-terminales

El análisis de los resultados de un modelo de simulación depende en la naturaleza del sistema. El sistema puede ser clasificado como un sistema terminal o un sistema no-terminal. Un sistema terminal tiene una condición de comienzo fija (a la cual el sistema retorna una vez que haya terminado) y un evento que define la finalización natural de la simulación. Un ejemplo de un sistema terminal es una oficina bancaria. El banco abre todos los días a las nueve de la mañana. En el momento de la apertura la oficina está vacía. A partir de ese momento los clientes comienzan a ingresar. El evento de finalización viene a ser la hora de cierre, en este caso las cuatro de la tarde. Los sistemas no-terminales son aquellos que no tienen una condición que defina tanto su comienzo como su término. Un ejemplo de ello son los hospitales.

La clasificación de los sistemas en estas dos categorías no es siempre fácil. Existen muchos sistemas que nos pueden dar la primer impresión de ser terminales, cuando en realidad no lo son. Aquellos sistemas que cierran, pero que no se vacían, son sistemas no-terminales, pues no tienen una condición de comienzo fija a la que retornan después del evento de terminación. Este el caso de mucho sistemas industriales, donde el inventario en proceso del día anterior es el inventario con que la planta comienza sus operaciones al día siguiente. Si bien este tipo de sistema tiene una condición de término, el fin de la jornada laboral del día, no tiene una condición de comienzo fija a la retorne al inicio de cada jornada. Esto no significa que la simulación nunca termine o que el sistema que se está simulando no tenga un eventual fin. Simplemente significa que la simulación podría teóricamente continuar indefinidamente sin afectar los resultados. Para que este sistema fuese terminal, el inventario en proceso debe ser totalmente procesado antes de que la planta cierre, de forma tal que el sistema quede vacío al final del día.

La mayoría de los sistemas de servicio son terminales. Ejemplo de ellos son supermercados, tiendas, bancos y consultorios médicos. Una vez que el sistema cierra, los clientes no esperan en el sistema hasta que éste abra al día siguiente.

Los sistemas terminales son más sencillos de analizar que los no-terminales. Precisamente por eso en muchas ocasiones analizamos sistemas no-terminales como si fuesen terminales, por medio de la definición un período específico de estudio. En estos casos debemos actuar con mucha cautela para evitar caer en resultados erróneos.

A continuación vamos a presentar los procedimientos de análisis para ambos tipos de sistemas. Comenzaremos con los sistemas terminales, y luego extenderemos los conceptos a los sistemas no terminales. Los procedimientos generales de análisis son similares, donde existen diferencias es en la recolección de información y en la etapa de preparación del análisis.

8.6 Análisis de sistemas terminales

Como mencionamos anteriormente, en un sistema terminal tanto la condición de comienzo como la condición de finalización están definidas por la naturaleza del sistema. Bajo estas condiciones no podemos controlar el tiempo de duración de cada corrida. Sin embargo, para definir el tamaño de la muestra nos queda la opción de variar el número de réplicas de la simulación.

Para el análisis de los resultados podemos extraer la información de las observaciones de dos fuentes distintas. Una posibilidad es tomar cada una de las observaciones individuales dentro de cada réplica. La otra alternativa es tomar los valores promedios de cada réplica. En este caso cada réplica produce una sola observación. De ahí que el número total de observación será igual al número de corridas.

El trabajar con los promedios facilita el análisis, pues al controlar adecuadamente el manejo de los números aleatorios mediante los distintos *streams* que ofrece Arena, podemos garantizar la independencia estadística de las observaciones. De ahí, y basándonos en el Teorema del Límite Central, podemos asumir que dichas observaciones están normalmente distribuidas.

En el caso específico de Arena, cuando utilizamos el elemento SIMULATE para hacer corridas múltiples, el programa automáticamente se asegura de utilizar distintas semillas en la generación de los números aleatorios (a menos que uno le indique lo contrario). De esta forma podemos garantizar la independencia de las distintas corridas.

Si el parámetro en que estamos interesados no es un valor promedio o una suma de valores, sino el máximo o mínimo de una corrida, entonces no podemos aplicar el Teorema del Límite Central. En dicho caso debemos recurrir a otras herramientas, como por ejemplo los intervalos de confianza.

El Output Analyzer de Arena ofrece una sería de facilidades para realizar el análisis de los resultados. Para ello necesitamos suministrarle un archivo con las observaciones de las variables de interés. La opción OUTPUTS del bloque STATISTICS es sumamente útil en este aspecto. Al finalizar cada corrida, OUTPUTS se encargará de grabar en un archivo los datos que nosotros le hayamos indicado, como por ejemplo la utilización promedio de una máquina o el tamaño máximo de una cola.

OUTPUT: Número, Expresión, Archivo de Salida, Nombre: repeticiones;
i.e. OUTPUT: 1, NC(Produccion), Aproduc.dat@, Unidades Producidas;

Cómodamente la expresión se define mediante alguna de las siguientes variables:

VARIABLE	DESCRIPCIÓN
DAVG(Dstat ID)	Promedio del valor discreto Dstat ID
DMIN(Dstat ID)	Mínimo del valor discreto Dstat ID
DMAX(Dstat ID)	Máximo del valor discreto Dstat ID
TAVG(Tally ID)	Promedio de la medición Tally ID
TMIN(Tally ID)	Mínimo de la medición Tally ID
TMAX(Tally ID)	Máximo de la medición Tally ID
NC(Count ID)	Valor de contador Count ID

8.6.1 Construcción de un intervalo de confianza para la media

Un intervalo de confianza sirve para conocer qué tan cercano es el resultado del promedio de la muestra con respecto al promedio de la población. Un intervalo de confianza es el rango dentro del cual se puede tener la certeza, bajo un determinado nivel de confianza, de que el promedio de la población difiere del promedio de la muestra.

Asumamos un modelo de simulación donde nos interesa determinar un intervalo de confianza para la producción diaria del sistema. Con la ayuda del elemento SIMULATE definimos el número de corridas, en este caso 10, y por medio de STATISTICS→OUTPUTS suministramos la información de nuestra variable de interés y el nombre del archivo donde los datos serán grabados. Una vez corrida la simulación obtenemos los siguientes resultados:

Número de Corrida	Unidades Producidas
1	93
2	113
3	107
4	103
5	112
6	103
7	112
8	100
9	98
10	105

El intervalo de confianza que calcularemos es de la forma:

$$[x - h, x + h]$$

donde x es el estimador puntual de la media y h es la mitad del ancho (rango) del intervalo

El ancho medio del intervalo (h) es una medida de la precisión del estimador puntual (x) de la media verdadera, pero desconocida, F. Entre más pequeño sea h, mejor será nuestro estimador de la media. Para reducir el valor de h se debe aumentar el número de observaciones utilizadas para calcular x.

Las fórmulas utilizadas para calcular el intervalo confianza son:

$$\bar{x} = \sum_i \frac{x_i}{n}$$

$$s^2(x) = \sum_i \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

$$s^2(\bar{x}) = \frac{s^2(x)}{n}$$

$$h = t_{n-1,1-\alpha/2}\, s(\bar{x})$$

De aquí tenemos que x_i es el valor de la observación obtenida en la corrida i, de un total de n corridas. Con esa información calculamos la media 0, y la desviación estándar s. El valor de t corresponde a la distribución t de Student para $\alpha/2$, y n-1 grados de libertad.

Ahora podemos aplicar las fórmulas anteriores a nuestro ejemplo y calcular un intervalo de confianza del 95% (1-α = 0.95) para la producción diaria. Los resultados son los siguientes:

$\bar{X}$ = 104.6
s(x) = 6.6
n = 10
s($\bar{x}$) = 2.1
$t_{9,.975}$ = 2.262
h = 4.7

Estos resultados nos permiten concluir que con una confianza del 95% la verdadera producción promedio diaria para este modelo se encuentra entre 99.9 y 109.3 unidades. Es importante hacer la acotación que nos referimos al promedio de la producción diaria, y no al posible resultado de un día de producción cualquiera. Por tanto, NO podemos afirmar que existe una probabilidad del 95% que la producción de cualquier día estará dentro de un rango de 99.9 y 109.3 unidades.

En el procedimiento anterior el número de corridas estaba predefinido (10). Si después de obtener dichos resultados llegamos a la conclusión que el intervalo no es suficiente preciso, entonces debemos correr más réplicas. La pregunta es, cuántas corridas adicionales debemos hacer. Definamos h^* como el valor meta para la mitad del rango del intervalo de confianza buscado. En dicho caso, debemos calcular el número de corridas n^* necesarios para reducir h al valor meta h^*:

$$n^* = \lceil n(h/h^*)^2 \rceil$$

Después de calcular n^* debemos hacer las nuevas corridas. Para garantizar la independencia de ellas, lo más sencillo es aumentar a n^* el número de réplicas en el elemento SIMULATE. Si bien también es posible correr solamente el número de réplicas adicionales requeridas (n^*-n), eso conllevaría el trabajo adicional de definir semillas para la generación de los números aleatorios, y así garantizar la independencia de los resultados.

Volviendo a nuestro ejemplo, asumamos que h se desea reducir de 4.7 a 3. El cálculo de n^* nos da:

$$n^* = \lceil 10(4.7/3)^2 \rceil = \lceil 24.6 \rceil = 25$$

Esto significa que debemos hacer 15 corridas adicionales. A menos que el tiempo requerido para ejecutar las corridas sea significativo, lo más fácil es correr de nuevo el modelo pero especificando en SIMULATE 25 en lugar de 10 corridas. Asumamos que los resultados obtenidos fueron los siguientes:

Número de Corrida	Unidades Producidas
11	94
12	115
13	111
14	102
15	108
16	96
17	111
18	107
19	113
20	103
21	113
22	113
23	103
24	99
25	104

Después de combinar los resultados anteriores con los conseguidos en las primeras 10 corridas, podemos calcular el nuevo intervalo de confianza:

$\bar{X} = 106$
$s(x) = 6.5$
$n = 25$
$s(\bar{x}) = 1.3$
$t_{24,.975} = 2.064$
$h = 2.7$

Como se puede apreciar, el intervalo de confianza logro reducirse de 4.7 a 2.7, valor incluso inferior a la meta establecida (3). Es importante recalcar que este procedimiento no garantiza que después de hacer la segunda serie de corridas vayamos a obtener un intervalo de confianza de la precisión establecida. En algunas ocasiones será necesario realizar un nuevo cálculo de n^* y correr otro conjunto de réplicas para aproximarnos a nuestra meta.

Para efectos ilustrativos los cálculos para este ejemplo fueron realizados manualmente. Sin embargo, el comando INTERVALS del Output Analyzer de Arena ya trae implementado este procedimiento.

8.6.2 Comparando dos sistemas (rev)

En muchas ocasiones el interés del analista es comparar el desempeño de dos sistemas alternativos, con el fin de determinar cuál es el mejor.

Consideremos el siguiente ejemplo. El dueño de un restaurante está interesado en saber si al aumentar el número de mesas en el local de 50 a 52 aumentará también la cantidad de clientela servida. Asumamos que el analista ha recolectado toda la información necesaria para modelar este problema, ha verificado y validado el modelo, y se apresta ahora a hacer las corridas finales.

Igual a como se hizo en el ejemplo anterior, por medio del elemento STATISTICS→OUTPUTS se recolecta la información para cada uno de los modelos, teniendo el cuidado de asignar un nombre distinto a cada uno de los archivos. En el elemento SIMULATE se especifica el número de corridas (10). Los resultados obtenidos son los siguientes:

Número de	Clientes Servidos		
Corrida	50 Mesas	52 Mesas	Diferencia
1	556	579	23
2	542	588	46
3	528	536	8
4	531	580	49
5	534	584	50
6	551	576	25
7	544	599	55
8	560	573	13
9	547	513	-34
10	559	553	-6

El intervalo de confianza que deseamos construir es de la siguiente forma:

$$[x - h, x + h]$$

donde x es el estimador puntual de la media de la diferencia entre los sistemas $(d1 - \bar{d})$, y h es la mitad del ancho (rango) del intervalo

El ancho medio del intervalo (h) es una medida de la precisión del estimador puntual (x) de la media verdadera, pero desconocida, μ. Entre más pequeño sea h, mejor será nuestro estimador de la media. Para reducir el valor de h se debe aumentar el número de observaciones utilizadas para calcular 0.

$$\bar{d} = \sum_i \frac{d_i}{n}$$

$$s^2(\bar{d}) = \frac{1}{n}\sum_i (d_i - \bar{d})^2 \Big/ (n-1)$$

$$h = t_{n-1,1-\alpha/2}\, s(\bar{d})$$

Los dos sistemas se considerarán idénticos si x = 0. Por tanto:

si $0 \in [x - h, x + h]$, no podemos afirmar que los sistemas sean distintos
si $0 \notin [x - h, x + h]$, podemos concluir con una confianza de $1-\alpha$ que los dos sistemas difieren.

Aplicando lo anterior a nuestro ejemplo del restaurante (α=0.05), obtenemos que:

x = 22.9 y h =20.5, por lo tanto el intervalo de confianza [2.4, 43.4]

El intervalo de confianza no incluye 0, por lo que podemos afirmar con una confianza del 95% que ambos sistemas son distintos. Como x es positivo, esto significa que agregar dos mesas al local aumenta significativamente la cantidad de clientes servidos.

Revisar manejo de concepto x y d (dif medias)

8.7 Análisis de sistemas no-terminales (rev)

Los sistemas no-terminales cuentan con una serie de características que los diferencian de los sistemas terminales, lo cual requiere que se les dé una tratamiento distinto a la hora de analizar los resultados. Antes de profundizar en el tema, es adecuado hacer un repaso de las principales características de un sistema no-terminal:

- No tiene un evento natural que provoque el retorno a la condición inicial.
- No tiene una base natural para la selección de la condición de inicio o el largo de las corridas
- Se está interesado en el entendimiento del comportamiento del estado estable del sistema.
- No hay un punto en el que cambie el comportamiento del sistema de transición del estado estable.
- El estado estable estable una condición incompleta que limita.
- Si se quiere analizar un sistema durante el estado estable las observaciones tomadas en el estado de transición (calentamiento) producirán sesgos en los resultados finales, ya que para llegar a el estado estable se debe de pasar entes por el de transición, y durante esos momentos se están tomando los datos.
- Los datos de la fase de transición afectarán los sesgos en forma negativa, lo cual se puede evitar de estas formas:
  - ⇒ Reduciendo la fase de traspaso y seleccionando la fase de inicio correctamente.
  - ⇒ Descartar datos durante la fase de inicio.
  - ⇒ Correr el sistema durante mucho tiempo, provocando que los datos de la fase de traspaso sean dominados por los de el punto fijo.
- Otro problema es el cálculo de la varianza del promedio, dato necesario para el desarrollo de los intervalos de confianza. Cada vez que se hace una corrida se generan sesgos que afectan los resultados, pero si se hace una sola corrida, se debe de trabajar con una corrida muy grande, ya que los datos no son independientes entre si.

8.7.1 Reduciendo el sesgo de la condición inicial

Una forma de disminuir los sesgos es con la inicialización del sistema en el estado estable, sin embargo se debe de saber que no todos los sistemas realmente empiezan en este estado con las condiciones de vacío. Para esto se debe de desarrollar una prueba piloto que ayude a estimar la condición de inicio, sin embargo no se puede esperar que se eliminen todos los sesgos. Una vez que se determinó una condición de inicio en el modelo se debe de iniciar el sistema en el estado de inicio de la simulación, para eso se puede utilizar el elemento ARRIVALS.

Otra de las opciones para quitar los sesgos es con la eliminación de las observaciones durante la fase de transición, pero para esto se debe de saber el punto de truncamiento [t] al que todas las observaciones anteriores son eliminadas. El problema de determinar el punto de truncamiento es que entre más datos quitemos menos sesgos tendremos, pero entre más quitemos más varianza tendremos para estimar el promedio.

El mejor método para el truncamiento la visualización por medios gráficos. Pero en sistemas con largas fluctuaciones se puede mejorar por medio del filtro del promedio móvil para minimizar las variaciones. Esto se logra por el cálculo de la media {k} de los datos más recientes, por lo que puede seleccionar el valor de k llamado el tamaño del movimiento del promedio. Entre más aumente el valor de k se disminuyen los cambios bruscos en los gráficos. El truncamiento es una herramienta muy útil en los sistemas grandes. Se debe recordar que hacer una corrida larga hace que los datos iniciales sean dominados por el resto.

En síntesis se pueden evitar los sesgos por medio del truncamiento de los datos iniciales en las corridas y haciendo corridas largas.

8.7.2 Cálculo de la varianza del promedio

- Réplicas: se puede usar tanto sistemas terminales como no-terminales. Es simple, pero en un sistema no terminal se debe de evitar que la fase de transición sea grande. Si se hacen pocas réplicas, los grados de libertad para el estadístico t serán menores, disminuyendo el nivel de confianza.

- Covarianzas: en sistemas terminales los intervalos de confianza son asumidos de la independencia de las observaciones. Pero en los sistemas no terminales cada corrida está correlacionada con el total de las corridas. Cuando hay una correlación de observaciones se debe de asumir que se tiene una auto-covarianza estacionaria en el proceso. Se pueden utilizar estas fórmulas para determinar el promedio, la varianza y la covarianza.

- Lotes (batchs): este método lo que hace es tomar una sola corrida y dividirla en varias corridas cortas, lo cual la hace parecerse a la de réplicas independientes. Lo primero que se hace es la selección de la fase de transición según el comportamiento de los gráficos, para después determinar los segmentos (m). La separación de los dos segmentos se debe de hacer pensando que estos son lo suficientemente grandes para que exista cierta independencia y esto se puede lograr por medio de la comparación de tiempos entre ambos periodos y el de cada uno de las observaciones tomadas. Lo más común es que una corrida larga se divida en 10 ó 20 lotes.

8.8 Resumen

La diferencia entre lo que es un sistema terminal y uno no terminal está en la recolección y análisis de los datos. Recuerde que en los sistemas no terminales se debe de usar el truncamiento y los lotes.

- Corridas pilotos:

Son para hacer decisiones de las condiciones de inicio, largo de las corridas número de corridas, punto de truncamiento. En un sistema terminal se hace para determinar el número de corridas para producir el modelo. Esto es para tener un grado alto de confianza y precisión.

Con un sistema no terminal se usa para establecer la condición inicial, el punto de truncamiento. Se puede establecer el número de lotes por medio del uso del cronograma y seleccionando el número de réplicas o el tamaño de la corrida. Si los sesgos son pequeños en el inicio de un sistema no terminal se puede utilizar esta como una alternativa para determinar los batchs.

Produciendo las corridas:
En un sistema terminal se hacen las corridas del tamaño deseado, y se trabaja luego con los promedios de cada corrida. En un sistema no terminal se hace una replica larga para los resultados de la prueba piloto. Si el sesgo inicial es pequeño se puede utilizar el análisis de un sistema no terminal, truncando el periodo de calentamiento.

Preparando los datos para el análisis:
Solo si el sistema es no terminal se debe conducir la preparación, ya que si no los datos son por definición normalmente distribuidos (TLC) e independientes. Para una sola corrida en este sistema se debe truncar el periodo de calentamiento.

Analizando:
Asumiendo que se tienen datos independientes con distribución normal se usan los intervalos de confianza y se comparan los dos sistemas.

IX. Anexos

Anexo 1: Resumen del libro: Una Queja es un Favor

Primera Parte: Las Quejas, el vínculo vital con los clientes.

Los clientes o consumidores cuando no se sienten satisfechos con los productos y los servicios adquiridos en determinada empresa pueden hacer dos cosas: quejarse o bien, desaparecer. Los clientes que se quejan o reclaman le dan otra oportunidad a la empresa de retroalimentarse para devolverlos a un estado de satisfacción para que así, sigan siendo consumidores de productos o usuarios del servicio.

Los clientes que manifiestan sus quejas le brindan una oportunidad a la empresa de informarse sobre cuáles son sus problemas y necesidades; de esta forma volverán a presentarse para utilizar los servicios o comprar los productos que ofrece la compañía.

La función principal del mercadeo consiste en tener la habilidad de idear planear y practicar, la forma en que la empresa realice lo que se ajuste a los intereses del cliente. Las quejas y/o reclamos que los clientes manifiestan directamente a las empresas son la forma más económica de lograr conseguir información y comprender las expectativas de los clientes; previendo rápidamente sobre los intereses cambiantes del mercado. Los estudios e investigaciones de mercado, pueden revelar este tipo de cosas, sin embargo las quejas lo harán de una forma más rápida y económica.

Un equipo de investigación que se ha enfocado en los clientes que presentan reclamaciones o quejas, ha descubierto que 26 de cada 27 personas que reciben un servicio deficiente no reclaman. La mayoría tienen la sensación de que reclamar o quejarse solamente va a ser una pérdida de tiempo.

Los clientes que se quejan pueden llegar a ser los más leales. Se sienten bien en relación con las quejas que son atendidas en buena forma porque se sienten poderosos y capaces. Se han defendido de sí mismos cuando no estaban satisfechos, y han utilizado sus dotes de comunicación para que hayan sido respetados sus derechos.

Los clientes que se encuentran insatisfechos hablarán mal del servicio que han recibido. Algunas personas llegan tan lejos como para contar malas experiencias que sucedieron hace muchos años, incluso décadas. Los clientes insatisfechos es posible clasificarlos en 4 grupos:

Habladores: Se caracterizan por ser explícitos con la organización cuando han tenido malas experiencias. Estos ayudan a la compañía dando sus opiniones.

Pasivos: Este grupo no dice cosas negativas pero tan poco positivas.

Coléricos: En muchos casos no dirán ni una palabra al que les vende los productos, pero hablarán a mucha gente del mal servicio recibido y dejarán de comprar.

Activistas: Son los más peligrosos, especialmente si no están satisfechos con la respuesta de la empresa a su protesta inicial, y dispuestos a lograr que ella pague un resarcimiento por su mala actuación. Estas personas quieren algo más que una compensación aunque sin duda, es esto lo que los motiva.

He aquí algunas razones por las cuales la gente no se quejan o reclaman: no quería estropear la fiesta, no vale la pena, nadie me va a hacer caso, no estaba tan mal, no sabía a quien quejarme, ya había botado la factura, es más fácil no protestar, tal vez la persona puede perder el empleo, hubiera tenido que perder el tiempo redactando cartas, la última vez que reclamé no paso nada, prefiero irme y no volver nunca, me hubiera costado más protestar, etc.

El tratamiento de las quejas que desalienta a los clientes de quejarse y reclamar incluye algunas de las siguientes reacciones por parte del empleado o vendedor: dice solo excusas, le trasladan la culpa al cliente, evaden la responsabilidad, mal trato, remiten a otra persona, promesas que no se cumplen, actúan desinteresadamente, fruncen el ceño, etc.

Por otra parte, si los clientes piensan que los productos y/o servicios que están adquiriendo son de excelente calidad, y que si sucede algún problema éste será resuelto en forma correcta y rápida, tendrán una menor inclinación de culpar a la empresa; en lugar colaborarán con ella para recuperar la satisfacción. El satisfacer las expectativas del cliente, tanto en la venta inicial como cuando se expone una queja, desarrollará la confianza entre los compradores y los vendedores, creándose un vínculo que hace nacer la lealtad del cliente que inspira las recomendaciones. Además, tratar las quejas como retroalimentación proveniente de uno de los activos más valiosos; los clientes. Ayuda a crear una cultura centrada en el cliente. Esto a su vez es la base de las estrategias de calidad total.

Segunda parte: Aplicación práctica de la queja como un favor:

Se deben aprender algunos principios fundamentales para poder tratar a las quejas como un favor, por ejemplo: decir gracias, explicar por que se aprecia la queja, disculparse por el error que se cometió, prometer hacer algo respecto al problema, solicitar la información necesaria, corregir el error inmediatamente, comprobar la satisfacción del cliente, y prevenir errores futuros.

Cualquier empresa que quiera y este verdaderamente interesada en mejorar su servicio al cliente, debe considerar las quejas o reclamos; que no son más que manifestaciones de insatisfacción, como favores o regalos, y esto debe reflejarse en la manera de recibirlas y acogerlas.

Según estudios realizados, estos revelan que solamente entre el 56% y 76% de las quejas presentadas a una empresa son respondidas. Además fueron muy lentos en responder; entre 2 semanas y un mes. Si la empresa toma en serio su carta de reclamo y así lo refleja la respuesta, los clientes también tomarán en serio a la empresa.

Tercera parte: Como lograr una organización receptiva a las quejas

Una empresa que no tenga una línea de teléfono gratuita tiene un desventaja competitiva con respecto a aquellas que sí la tienen. Las líneas gratuitas de atención al cliente aumentará rápidamente el número de quejas y clientes insatisfechos de una empresa. Algunos de sus beneficios son: refuerza la confianza en el cliente, obtiene retroalimentación inmediata, aumenta la capacidad de reducir el número de quejas sobre problemas comunes, ayuda a controlar la acción legal, aumenta la información sobre el mercado y el producto, proporciona oportunidad para vender productos adicionales, se generan protestas o quejas adicionales.

Para llegar a establecer políticas de recepción de quejas se recomienda tener en consideración cuatro principios fundamentales: determinar políticas de reclamos de modo que beneficien a los clientes que protestan; asegurarse que tales políticas estén coordinadas entre los diversos departamentos; asegurarse que entre los incentivos se incluya una recompensa para los empleados que satisfagan a los clientes que se quejan, y, finalmente, establecer estructuras de comunicación para que las quejas de los clientes se transmitan con gran facilidad y exactitud desde los empleados hasta la dirección de la empresa. Finalmente, el comportamiento de los

empleados de la empresa será lo que determinará si una cultura se muestra receptiva a las críticas. Para que los empleados lleguen a reconocer que una queja es un favor o regalo hay que hacer un cambio en la forma de acoger un reclamo, y para ello hay que adquirir nuevos conocimientos; por lo que es imprescindible tanto la capacitación, como el conocimiento pleno del producto.

La creación de un entorno receptivo a las quejas para los clientes internos (empleados) por parte de la empresa, brinda la imagen de una organización receptiva a las quejas; al igual que los clientes externos, los clientes internos pueden tener quejas; asimismo, tienen buenas ideas que pueden permitir que las empresas mejoren sus servicios, sistemas y calidad de sus productos.

La implementación de un sistema empresarial receptivo a las quejas tienen relación con los pasos necesarios para la implantación de un programa de control total de la calidad; ellos son:

Preparar todo con antelación: La empresa organiza un equipo de implantación formado por miembros de la alta gerencia y de diversos departamentos. Los miembros del equipo son líderes naturales y creen en el tratamiento de las quejas como una estrategia eficaz para cultivar más clientes.

Asegurarse de que se cuenta con el apoyo de la gerencia: La gerencia de la empresa dirige el proceso de implantación demostrando el compromiso, los mandos medios y supervisores se comprometen con el proceso. La gerencia envía indicaciones apropiadas para el apoyo para dar autoridad a los mandos medios y supervisores.

Redacción de una política de tratamiento de quejas: El equipo determina los ajustes oportunos de las políticas existentes con el fin de proyectar su propia filosofía con respecto a las quejas.

Hacer que los equipos procesen las quejas: Los equipos o departamentos elaboran listas de las quejas más frecuentes que reciben, y posteriormente las entregan al equipo de implantación para su análisis; se preparan planes de acción dirigidos a motivar a los clientes que se quejen.

Capacitar al personal de la empresa: Toda la empresa debe recibir formación en cuanto al tratamiento eficiente de las quejas; algunos miembros del personal deben asistir a seminarios, mientras otros se formarán por vías alternativas.

Elaborar un manual de procedimientos: Se elaboran procedimientos para controlar la satisfacción del cliente; se brindan sugerencias sobre: como conseguir que sea más fácil quejarse; como el equipo de implantación puede estar al tanto de las quejas, y como los equipos pueden utilizar las quejas para el desarrollo de la calidad.

Mantener el impulso: Darle mantenimiento al sistema; hablar con regularidad sobre las quejas de los clientes en las reuniones; compartir éxitos; recompensar el tratamiento satisfactorio de las quejas; mantener a la dirección de la empresa como parte del proceso que asegura la satisfacción al cliente.

Una queja es un favor.
Autor: Janelle Barlon, Claus Moller
Editorial Norma, 1999.

Resumen preparado por Rafael Enrique Rivera, Michael Bernald y Rolando Salas. Universidad Fidélitas, Febrero 2000.

Anexo 2. Simulación aplicada a una sala de emergencias

1. Introducción

El departamento de Ingeniería Industrial y la Administración de Sistemas de la Universidad Central de Florida trabajaron juntos en el proceso de improvisación e innovación de un hospital desde mayo de 1997. Ese proceso inició involucrando diferentes áreas de las operaciones del hospital, incluyendo el departamento de emergencias. El trabajo reportado en este estudio se dirigió sobre la experiencia con un modelo de simulación enfocado a analizar el flujo de pacientes alrededor de la unidad, en particular a estudiar la congestión y los largos tiempo de espera en esta área.

El modelo se enfocó sobre el departamento de emergencias que recibe alrededor de 75.000 pacientes por año. El modelo fue desarrollado en orden para analizar las alternativas en donde los pacientes tenían tiempo de espera y como decrecía el número de pacientes fuera del tratamiento. Este papel se enfocó sobre los clientes envueltos sobre una serie de datos, generación del modelo, verificación, validación, y su aceptación dentro de los resultados de la simulación. De los pacientes del hospital estaban dispuestos a aceptar largos tiempos de espera en algún departamento, especialmente en el departamento de emergencias. La necesidad de satisfacer a estos pacientes es principalmente importante. En este hospital en particular el 2 % de la población de pacientes de emergencias abandona el hospital antes de ser atendidos, porque el largo tiempo de espera los mantiene fuera del tratamiento.

Este problema motivó al hospital a incluir al departamento de emergencias en el proceso de mejora, e iniciativa de innovación.

2. Personal involucrado en el proceso

Dos equipos colaboraron en este proyecto un equipo formado por practicantes envueltos en el departamento de emergencias (operaciones incluía enfermeras, técnicos clínicos, oficinistas, gerentes de calidad e invitados personales del servicio). El segundo equipo estaba constituido por los recursos brindados por la universidad: Para el éxito de la simulación en el departamento de emergencias se incluyeron dos estudiantes graduados.

Desde el comienzo estos dos grupos trabajaron juntos y tenía periódicos encuentros en donde el proceso del departamento de emergencias fue analizado para encontrar los problemas y posibles soluciones identificadas. Esto fue de vital importancia a la hora de comprender las operaciones de dicho departamento. Esta información fue posteriormente utilizada creada para un modelo de simulación que reflejara el flujo de pacientes en el departamento de emergencias.

2.1 EQUIPO DEL DEPARTAMENTO DE EMERGENCIAS

Este equipo consistía de personas involucradas en todas las diferentes áreas del departamento de emergencias. Un completo equipo fue creado incluyendo un equipo líder, un facilitador, y una encargada de almacenar los datos. Estas personas se encargaron de conducir e involucrar al resto del equipo participante. En general el equipo de hospital consistió de once personas y sus diferentes cargos. La siguiente tabla muestra los miembros del equipo y su respectiva posición.

Cargo ocupado	Número
Administradores de oficina	1
Técnicos clínicos	1
Adm. del departamento de emergencias	5
Servicios adicionales	1
Físicos	1
Administradores de calidad	2
Enfermeros	4

Cabe rescatar que este grupo estaba supervisado por una persona externa. Esta persona ocupaba un alto nivel de gerencia dentro del hospital y fue considerado como el equipo ganador. Su misión fue supervisar el grupo desde un alto punto de vista y servir como vínculo entre el equipo de mejora y la administración del hospital. Su participación fue de vital importancia para mantener una operación en el grupo. El equipo utilizo cuatro horas por semana para trabajar en este proyecto.

2.2 OBJETIVOS

Los largos tiempo de espera y los clientes perdidos fuera del tratamiento fueron la causa principal de iniciar el estudio. El objetivo de los equipos fue presentar diferentes alternativas en donde los tiempos de espera de los pacientes y las personas fuera del tratamiento pudiera disminuir. Como se había indicado anteriormente el 2% de los pacientes quedaban fuera del tratamiento. Como un segundo objetivo se estudió como incrementar la satisfacción de los clientes con tiempos de espera menores.

3. Proceso de simulación del modelo

Después de intensas reuniones entre el departamento de emergencia y los equipos involucrados estos decidieron utilizar una herramienta de simulación que presentara alternativas que solucionaran los problemas mencionados anteriormente. Por ejemplo en el año 1995 (García) presentó un modelo de simulación enfocado en la reducción de los tiempos de espera en las salas de emergencia del hospital Mercy en Miami.

El primer paso en orden para construir el modelo fue conocer el proceso del departamento de operación en emergencias desde el equipo de emergencias hasta el equipo de la Universidad de Florida mediante dos reuniones por semana. Cada nueva mejora permitió construir el modelo sobre las prioridades que cada uno tenía sobre sus espaldas. Esta información pretendía llevar en dirección correcta la información relacionada con el departamento de emergencias. Utilizando esta estrategia de trabajo el modelo fue finalizado y estaba listo para recibir los datos involucrados.

El modelo de simulación fue mejorado con la ayuda de la animación representando la preparación del departamento de emergencias.

3.1 PREPARACIÓN DE LA SIMULACIÓN

El departamento de emergencias estaba dividido en cuatro áreas principales información, área de adultos, pediatría y estación de registro rápido. En orden para representar la preparación del departamento de emergencias se utilizó un dibujo en la versión técnica de Visio 4.1 la cual fue creada y posteriormente importada a arena. El éxito fue importante desde que el equipo de emergencias trabajo en la simulación con toda fidelidad. Ellos querían ver las identidades moverse alrededor de una preparación que representara sus intereses. Esta experiencia les mostró que creando una buena imagen de la representación del sistema ellos obtendrían un buen modelo realista de los pacientes.

3.2 ANIMACIÓN

Otro aspecto importante de la simulación es la animación. Cuando el paciente se encuentra envuelto en la generación de la simulación este se convierte en una entidad de extrema importancia. En este paso del proyecto se tienen un gran número de sugerencias del equipo de emergencias. Es importante mencionar que los pacientes no están familiarizados con un sistema de análisis, por lo tanto es difícil entender las abstracciones que usualmente se presentan para facilitar la modulación del proceso. Este es el caso cuando una estación completa influye en el sistema entonces es modelada como una caja negra. Esto causó algunas disconformidades especialmente desde los miembros de la administración del equipo de emergencias cuando la oficina de operación fue representada por un simple empleado. Esto fue difícil de explicar para el equipo y para los propósitos de la simulación que realmente afectó el flujo de pacientes en el intercambio de funciones.

Otro tipo de animación involucró a las entidades en movimiento. Aquellas personas que ingresaban al lugar en sus vehículos propios y no en ambulancia y se instalaban frente a la entrada. Lo anterior no fue de importancia dentro del propósito de la simulación, porque el análisis de la simulación iniciaba cuando el paciente entraba al departamento de emergencia y no cuando arribaba su vehículo. El carro se convirtió solamente en un distintivo adicional en el modelo. Esto fue importante a la hora de definir los colores y las identidades en movimiento para que siempre estuvieran en la dirección correcta. La animación fue controlada por la adaptación del tiempo de mecanismo que ocurría en medio de los eventos.

Las imágenes en movimiento están controladas por este mecanismo, por lo tanto la velocidad de los transportes se diferencia aunque sean transportes similares.

3.3 RECOLECCION DE DATOS

Diferentes fuentes fueron utilizadas para recolectar los datos necesarios requeridos por el modelo. Una muestra de 5698 casos se recolectaron desde la base de datos del hospital. Veintiocho idas del año fueron aleatoriamente seleccionados entre él y de setiembre de 1996 y el 31 de agosto de 1997. La muestra tuvo un mínimo de dos días por cada mes y cuatro réplicas por cada día de la semana.

Catorce días fueron utilizados para el análisis de los datos por medio de la simulación y de igual forma catorce días fueron utilizados para la validación del modelo. Para todos los pacientes emergencias quienes visitaron la unidad en las fechas de muestreo, la información recolectada incluyo tiempos de arribo, tiempo de proceso en estaciones, tiempo en camillas por cada tipo de cliente, y otros aspectos tales como porcentajes de adultos, pacientes de pediatría, pacientes con trauma y disposición de los pacientes.

Considerando lo anterior el análisis se convirtió en una tarea fácil, porque la gran cantidad de información disponible permitió un excelente análisis estadístico. Después de requisar toda esta información en el formato mencionado anteriormente, se comenzó a “depurar” y tratar de

comprender el significado de los términos contenidos en cada registro. Esto no fue una tarea tan fácil, especialmente cuando se trató de reducir los datos a grupos de pacientes, número de camas, tipo de arribo, etc. Se utilizaron diferentes tipos de letras para identificar una característica en especial, por ejemplo las camas de los pacientes. Pero antes de realizar algún tipo de recorte se estandarizó la base de datos con un nombre común para afirmar el valor en cada campo de la base de datos. Esto no fue trivial tomando en cuenta que se estaba trabajando con 5698 casos y 12 tipos por cada caso. Otro problema encontrado era que la base de datos tenía un importante porcentaje de casos perdidos, por ejemplo el tiempo de arribo iniciaba en el momento que el paciente descendía del transporte y no antes, por tal razón fue necesario crear algún código para chequear las inconsistencias en la base de datos.

El código desplegaba una señal visible cuando detectaba algún error, por ejemplo si el tiempo de permanencia de un paciente en cama era menor a diez minutos. De esta forma era posible revisar y corregir el error para no generar malas conclusiones estadísticas.

Una segunda fuente de información fue examinar la manera de actuar del equipo del hospital. Los datos fueron utilizados primeramente para clasificar la visita del paciente como urgente, emergente, y no urgente, desde que esta información no fue disponible en la base de datos del hospital. El primer problema con este análisis es que se tuvo que tomar una muestra de 1368 casos entre el 17 de junio y el 23 de junio de 1997. Obviamente esta muestra no fue aleatoria, ya que se utilizó justamente una semana del año, no resulto representativa.

4. Verificación y Validación

Otro paso importante en un proyecto de simulación es la verificación y validación del modelo. La verificación está por el programa de simulación en la computadora. Esta verificación chequea el traslado del modelo de simulación hacia el trabajo correcto. En este momento nació la pregunta: construimos el modelo correcto? El proceso de verificación incluye la observación del flujo de pacientes alrededor del sistema para visualizar si el paciente ingreso al lugar apropiado y fue tratado de manera correcta por el personal de servicio, el paciente en este proceso jugó un papel muy importante. Kelton, Sadowski (1998) explica como la animación representa una excelente herramienta para verificar el modelo cuando sé esta trabajando con clientes.

La validación es el proceso de producción de un nivel aceptable de la confidencialidad del usuario derivado de algún tipo de simulación. En orden de validar el modelo, los resultados del modelo propuesto fueron comparados con los resultados del sistema real, para comparar una simulación y una muestra de datos una “pseudo-simulación” se utilizó para introducir una muestra de datos en Arena y crear para utilizar por medio del “Output Analyzer” para analizar como fueron generados. Después de compara cada parte de los sets de datos utilizando dos muestras de comparación “t’, la hipótesis de que no hay una diferencia significativa entre las llegadas simuladas y la vida real. Los valores no podían ser rechazados (nivel 5%) por ninguna medida de mejora del sistema. Este camino no fue de fácil comprensión por parte del equipo de emergencias, especialmente cuando algunos valores no se veían similares y el análisis estadístico que no eran significativamente diferentes. Por ejemplo la admisión de adultos, pacientes con trauma y pacientes admitidos don el tiempo real y el simulado en el sistema se visualizaban diferentes.

La siguiente tabla muestra los tiempos de simulación en la fase de validación y los tiempos reales del sistema:

Tipo de Paciente	Actual	Simulado
Arribo de Adultos	234	232
Adultos Admitidos	427	402
Arribo a Pediatría	170	160
Admitidos en Pediatría	355	337
Arribo de Pacientes/Trauma	233	327
Pacientes trauma admitidos	304	346
Recibidos Rápidamente	133	123
Adultos	36.1	38
Tiempo/espera/ enfermeras	NA	20

Algunos datos son importantes, por ejemplo en un momento particular de la noche la simulación muestra que se presentan largas filas. El equipo de emergencias no estaba de acuerdo con esto, que en muchos momentos de la noche el personal de emergencia se encuentra desocupado. Esto se justifica porque un gran número de servicios cierran a partir de las 11:00 p.m., desde este momento hay menos enfermeras disponibles. Otro ejemplo son los pacientes que quedan fuera del tratamiento, en la actualidad se muestra que justamente alrededor del 2% (4 pacientes por día) no reciben el servicio o tratamiento.

Se presentan diferencias en cuanto al tiempo, por ejemplo se presentan mas pacientes en época de invierno que en las demás

5. Escenarios

Se consideraron dos escenarios alternativos. El primer escenario referido al servicio rápido. Actualmente aproximadamente el 15% de los pacientes son colocados con rapidez en una cama. Después de las mejoras con la simulación se logro lo siguiente:

- Una reducción del 30% en el tiempo de atención de adultos (de 38 a 27 minutos).
- El servicio rápido no fue afectado (no se saturo el sistema)
- El segundo escenario considerado fue aumentar el número de enfermeras en servicio desde las 11am hasta las 11 p.m., tratando de disminuir las colas y mejorar el servicio, pasando el tiempo de un máximo de 18 minutos a un mínimo de 2 minutos. Todo enfocado a satisfacer al cliente.

Este proyecto podría eventualmente en el futuro involucrar otros escenarios.

6. Beneficios no relacionados con la simulación

Todos los análisis tenían como objetivo mejorar el proceso de emergencias. El proceso de análisis y la continua discusión de las características simuladas son poderosas herramientas de aprendizaje. El proyecto de simulación fue insertado en un proceso de iniciativa de mejora que envolvía detalles del análisis del proceso de operación del hospital. El proceso de mejora

(análisis) realizado por el equipo universitario mostró algunos usos relacionados con la operación del equipo de emergencias que podrían ser mejoradas. Una de éstas sugerencias se refería a las personas que toman los signos vitales en dicho departamento, anteriormente esta tarea era realizada por personal administrativo, posteriormente a la propuesta actualmente dicha acción la llevan a cabo las enfermeras.

Otro aspecto analizado es que las enfermeras tomaban alrededor de 15 minutos cada hora para atender el teléfono, atendiendo visitas familiares, dando direcciones, se contrato personal aparte para éstas tareas, se implemento también el servicio voluntario. Como se menciono anteriormente alrededor de las 11pm se incrementa la afluencia de pacientes.

7. Conclusiones y Recomendaciones

En general, la simulación es una técnica que requiere una estrecha relación con el cliente (paciente), la experiencia del proyecto muestra que esto es extremadamente importante. Para finalizar la relación durante la generación del modelo, verificación y validación, son facilitadas y relacionadas con la aceptación por parte del usuario. Encuentros periódicos con el cliente son recomendados como el modelo trabaja y las mejoras implementadas. Esto provoca que el cliente se sienta parte del proceso, facilitando la implementación del proyecto o modelo.
Se muestra la importancia de la animación en la simulación, especialmente en las etapas de verificación y validación, permite ser el centro de atención para que se considere creíble el modelo.

8. Bibliografia

-García, ML, M.A. Centeno, C.Rivera, N.DeCairo (1995). Reduciendo los tiempos en la sala de emergencias vía servicio rápido. Kang, Lilegdon y Colman.(eds.). pp.1048-1053.
-Kraitish,M.J and Bossmeyer (1992). Simulación aplicada a la planeación y expansión de un departamento de emergencias. Anderson (ed),pp 19-27.
-Pedgen, CD.,R.E.Shannon,y Sadowski (1995) . Introducción a los usos de la simulación. Mc Graw Hill, New York,NY.

Resumen preparado por Diana Colona y Keina Rodríguez. Universidad Fidélitas, Febrero 2000.

Anexo 3: "Intersección Guadalupe"

1. Introducción

El presente proyecto de investigación, pretenderá darnos una idea de las ventajas de la simulación en un caso práctico y que nos permitirá entender y observar los muchos usos que se le dan a una herramienta tan versátil y flexible como lo es la simulación.

Para introducirnos de lleno en el proyecto, vamos a decir que el mismo se va a tratar del problema que existía hasta hace un tiempo en la antigua rotonda de Guadalupe, ya que por el número creciente de autos y camiones en circulación, por haberse terminado su vida útil y por la importancia que adquirieron los lugares vecinos de la misma; dichos problemas estaban ocasionando que por esta intersección tipo rotonda, tanto en horas de alto tránsito (llamadas horas pico), como en horas normales, el flujo normal de vehículos fuera muy lento y por ende las largas colas en todos los sentidos de los cuales convergen autos, fueran de mucha consideración, esto por tratarse de vías que permiten tanto la entrada como la salida de lo que podríamos llamar el centro comercial capitalino.

Podríamos decir que escogimos realizar este proyecto, porque es un caso práctico en el cual se utilizó una herramienta de la simulación en un campo de aplicación que resulta nuevo para nosotros, además del interés del grupo por investigar acerca de la solución de este caso práctico, el cual ha dado excelentes resultados.

2. Desarrollo

Uno de los mayores problemas que afrontan todos los gobiernos que toman el poder y principalmente el Ministerio de Obras Públicas y Transportes, es él poder solventar las necesidades de las vías nacionales, las cuales se encuentran en su mayoría, por encima de la capacidad adecuada para su buen funcionamiento, entre las mejoras que se deben realizar con mayor prontitud, se encuentran los lugares dónde convergen gran cantidad de vehículos, un ejemplo de esto lo encontramos en la antigua rotonda de Guadalupe, aquí podíamos encontrar todos los males que ocurren cuando una obra de infraestructura de tránsito llega a caducar en su vida útil, esto ocasionaba un sin número de problemas como: colas, choques, embotellamientos, etc; los cuales había que resolver de manera rápida y eficaz.

Por ser esta una vía nacional y no municipal, tanto el mantenimiento, diseño y mejoras que se le realicen a dicha vía, estarán a cargo del Ministerio de Obras Públicas y Transportes el cual remitirá ya sea al Consejo de Seguridad Vial o a la Dirección General de Ingeniería de Tránsito (D.G.I.T), este último es el encargado de diseñar las mejoras, para su posterior implementación. Aquí se deben de tomar en consideración puntos muy importantes como son: bajo costo, solución de problemas y una vida útil no menor a cinco años (este será el plazo típico que se alcanza en los proyectos de administración vial tipo "TOPICS [1]" que se realizan en el ámbito de la Ingeniería de Tránsito).

De acuerdo a los puntos que se le exigen respetar a la D.G.I.T. , está tuvo la necesidad de evaluar esquemas funcionales de otros países (Reino Unido y Australiano), cuyo nivel de éxito se pudiera lograr en nuestro país, uno de los esquemas utilizaba un sistema de regulación

[1] 1"TOPICS" siglas en ingles "Traffic Operations for Increasing Capacity and Safety", que significa Medidas Operativas de Tránsito para Aumentar la Capacidad y la seguridad vial.

automática de la rotonda cuando existen flujos desequilibrados entre cada una de sus entradas, el sistema consiste en colocar un semáforo que regula el ingreso en una sola de las entradas de la rotonda, esto para disminuir el volumen opuesto que genera sobre el acceso adyacente. Sin embargo los resultados que arrojo dicho esquema, la regulación automática solo podía aplicar para las rotondas de Zapote y de la Bandera.

Otro esquema de semaforización consiste en diversas configuraciones de control de semáforos de todos los accesos de la rotonda y su vía rotatoria, además de la construcción de un carril diametral en el centro de la rotonda, este esquema fue el escogido pero se le tuvieron que hacer pequeñas modificaciones. Y el último esquema a considerar es el que consiste de una intersección controlada con semáforos de cuatro fases, para lo cual habría que desaparecer toda la rotonda. Cabe señalar que muchas veces este tipo de proyectos en rotondas trae consigo muchos problemas y limitaciones ya que en este tipo de rotondas se han construido monumentos cuyo valor histórico, social o cultural; no hacen viable la construcción de carriles o alguna mejora para el tránsito de vehículos.

Con el diagnóstico del funcionamiento de los períodos picos de la mañana y la tarde, se desarrollaron diversas alternativas de bajo costo, las cuales fueron evaluadas tanto para la demanda del año 1996, año en el que se realizó dicho estudio, como para el año 2001, aquellas opciones que demostraron producir mejoras en la capacidad y niveles de servicio fueron simuladas con el modelo TRAF-NETSIM, el cual es un programa para DOS y es utilizado en Costa Rica y otros países para poder simular y resolver problemas de índole vial, en este caso en particular se hizo para cuantificar el grado de mejora y observar el efecto de las mejoras sobre las intersecciones vecinas, o sea la Radial Guadalupe.

El día viernes 15 de noviembre de 1996 se realizaron mediciones de volúmenes vehiculares, con horarios desde las 6:00 a.m. hasta las 6:00 p.m., en los dos tramos del Bulevar Circunvalación que atraviesan el área de estudio. Estas muestras de 12 horas se hicieron antes de la fecha de inicio de la consultoría, esto con el propósito de garantizar que el estudio contara con flujos representativos de la temporada escolar normal. Con base en los perfiles de demanda se determinó que el período de máxima demanda de la mañana en los dos tramos, en ambas direcciones, ocurre entre las 7:00 y 8:00 a.m., con respecto a la tarde es importante considerar que de acuerdo a los datos tomados de las direcciones de dónde provienen vehículos varía y además después de las 5:30 p.m., la iluminación solar no permite a los encuestadores tomar una muestra que sea fiel. El análisis de las tomas con cortes cada 15 minutos permite seleccionar el período crítico específico en la rotonda, lo mismo que la estimación confiable del factor de hora pico, los conteos de 12 horas permiten realizar una aproximación del Tránsito Promedio Diario Anual (TPDA) en cada tramo de control, para lo cual se supone que los flujos de hora pico corresponden al 8% de los TPDA, en los Cuadros 1.1 y 1.2 ya se les ha aplicado este 8% de FHP. Ver Cuadros 1.1 y 1.2 en Anexo No. 1.

Según las estimaciones hechas se demostró que en el año 1995 se tenía un Tránsito Promedio Diario Anual (TPDA) de 38.875 vehículos diarios, con una tasa de crecimiento del 2.5% anual y según los estudios hechos el TPDA de saturación es de 40.000 vehículos diarios, como se logra ver para el año 1996 ya se estaba casi por encima del punto de saturación, por este motivo las estimaciones de la demanda y volúmenes de vehículos para el año 2001 tenían que ser muy fieles, por tal motivo se procedió a realizar un análisis de la información de años anteriores y montar una tabla que resumiera las tasas de crecimiento históricas. Ver Tabla 1.

Tabla 1. Resumen de Tasas de Crecimiento Históricas y las Seleccionadas para Proyección del flujo en el año 2001

Tramo o Vía	Serie	N	Tasa Histórica	R^2	TPDA Saturación	Tasa Selecc.
Sto Tomás-Guadalupe	1991-96	5	11.0%	0.982	54.000	7.0%
Guadalupe-La Bandera	1991-95	4	9.1%	0.988	60.000	6.0%
Guadalupe-Rotonda	1984-93	9	6.4%	0.937	45.000	6.4%
San José-Rotonda	1969-95	21	4.8%	0.969	40.000	2.5%

Con base en la información del año 1996 del Anexo I y las tasas seleccionadas de la Tabla I, se procedió a la estimación de los flujos futuros en la Rotonda de Guadalupe. Ver Anexo II.

En el Cuadro 2.1 y 2.2 se presentan las matrices de los datos correspondientes a los períodos pico de la mañana y de la tarde respectivamente, cabe señalar que ambos flujos vehiculares incluyen la corrección por FHP. Una vez obtenida toda la información tanto del año en estudio, como de la proyección al año 2001, se procedió a la introducción de los datos al modelo TRAF-NETSIM, en dónde se confirmó que sí se procedía a realizar la mejora de introducir los semáforos y el carril diametral, se iban a poder solventar los problemas que se estaban suscitando con la antigua rotonda.

En el cuadro 2.3 se presentan las medidas de efectividad correspondientes a los distintos escenarios durante la hora pico de la mañana, se aclara que el programa Netzim no tiene la suficiente sensibilidad para simular el cambio en el uso de carriles, por lo cual las comparaciones se refieren a la rotonda existente en 1996 con respecto a la intersección con semáforos que se recomienda para la sustitución. Además se puede observar que al considerar los rangos normales de tolerancia por variación aleatoria, todas las mejoras reflejadas por los MOE´s son significativos. Las demoras y el tiempo en cola se redujeron en poco más del 50%, la razón de tiempo en movimiento a tiempo total mejora en un 72% y la velocidad media en el área de estudio se incremento de 9.6 k.p.h a15.6 k.p.h, para un incremento del 62.5%. En cuánto al acceso se puede observar que en los accesos de la Bandera y Sto. Tomás se incremento en el orden del 800%, además del porcentaje de vehículos que logra ingresar a la red. Para el año 2001 en el Cuadro 2.3, se observa que el funcionamiento de la intersección con semáforo sufre deterioro con respecto al año 1996, pero la mayoría de los indicadores para el año 2001 son mejores o similares a los de la rotonda existente en 1996.

En el Cuadro 2.4 se presentan las medidas de efectividad correspondientes a los distintos escenarios durante la hora pico de la tarde, de nuevo se observa que todas las mejoras reflejadas por los MOE¨s y obtenidas con la intersección con semáforos son significativas. En 1996, con la sustitución de la rotonda se traduce un aumento de la velocidad media en el área de estudio de 9.6 k.p.h a 13.6 k.p.h, para un incremento del 41.7%, por su parte, las demoras y el tiempo en cola se reduce en un 40% y 30% respectivamente, la razón tiempo en movimiento a tiempo total mejora en un 37.5%. Con relación al acceso se puede decir que se mejoran de forma significativa, pero el acceso San José no presenta mejoras significativas. En la hora pico de la tarde en el año 2001 se observa que el funcionamiento de la intersección con semáforos sufre un deterioro con respecto al año 1996, pero en el año 2001 se mantienen mejores indicadores que la rotonda existente en 1996, por ejemplo el acceso a Santo Tomás, la razón de tiempo en movimiento es del 18% en el año 2001, mientras que con la rotonda en 1996 es de un 9%, este comportamiento también se observa en los accesos de Guadalupe y San José.

Adicionalmente, la simulación permitió determinar que al eliminar el "Cuello de Botella", que representaba la rotonda, en el año 2001 se producen atascamientos en otros sitios, esto como resultado del aumento en los tiempos de arribo en otros cuellos de botella vecinos. Con base en el análisis realizado es que se concluyó que la vida útil de la rotonda, ya había caducado; es por

eso que se recomienda el cambio a una intersección con semáforos, que según la simulación va a tener una vida útil menor a los cinco años que es lo que se acostumbra, en obras de este tipo.

Este proyecto de investigación tuvo una limitante muy importante, la cual es que por problemas de licencia del programa utilizado por la DGIT (TRAFT – NETZIM), la misma se rehusa al préstamo de los programas y los proyectos finales, además de que la DGIT cambio los programas que se utilizaban hasta hace un tiempo, al punto de que hoy en día se encuentran implementando y capacitándose para el uso de los nuevos software, por eso es que en una forma teórica se proporcionara la forma sintetizada de cómo funciona el mismo, lo primero que se tiene que hacer es introducir la información en forma de variables y atributos (aspectos como tiempos, colas , numero de vehículos, giros, etc), lo cual resulta muy tedioso en modo DOS, una vez introducida la información se procede a la respectiva animación del modelo, sí este modelo fuera muy grande, el programa va a tener problemas a la hora de ponerlo a corre con su capacidad de caracteres. El programa que se utiliza normalmente para hacer estas tareas de simulación es el TRAFT - NETZIM, el cual resulta hoy en día muy poco amigable y compatible, es por eso que se están introduciendo otros programas como son el SYNCRO, HCS, TRANSIT 7F; los cuales van a ser como herramientas, que le permiten al usuario solucionar el problema, además de la facilidad de que este programa hoy en día se innovo en modo WINDOWS y la agilidad y flexibilidad de esto hace que cada día sea más fácil su uso. Según los usuarios actuales de este software, los tiempos de digitación de los datos en un caso como este de la rotonda el cual es bastante grande, se logró disminuir de tres días (digitándolo en TRAFT – NETZIM), a un día (en el programa SYNCRO), esto genera beneficios en la parte económica y de rapidez a la hora de hacer el proyecto.

Esto ultimo nos permite ver, como la simulación se encuentra mejorándose conforme avanza el tiempo y la tecnología, esto ocurre por la gran importancia y uso que se le da a la herramienta de la simulación hoy en día.

3. Conclusión

El trabajo realizado nos ayudo a comprender la importancia de la simulación en nuestra vida cotidiana, y es que además de poderlo observar en la parte teórica, los resultados y su respectiva simulación, tenemos la gran facilidad los que frecuentamos hoy en día la mencionada intersección, podemos ver a simple vista una solución a un problema muy grande y complejo, el cual la simulación permitió eliminar casi por completo, a pesar de que sea solamente por menos de cinco años.

También pudimos darnos cuenta que la simulación es una herramienta muy flexible y versátil, además de que puede ser aplicada a un sin número de tareas y trabajos, en la mayoría de los campos de trabajo, en dónde se requieran hacer mejoras o cambios a diseños ya existentes, como es este ejemplo de la Rotonda de Guadalupe, el cual se simuló tanto en forma de Rotonda como en forma de intersección, lo cual nos permitió observar las posibles debilidades y fortalezas de los diferentes casos.

Consideramos de mucha importancia la elaboración de este tipo de proyectos, ya que nos permitió aprender y observar aplicaciones prácticas de la simulación, en este caso en particular, aprendimos mucho de un campo en el cual la simulación aplica muy bien como es lo relacionado al tránsito urbano.

Proyecto de Investigación preparado por Mario Esquivel A., Fabian Sanabria V. Rafael Zúñiga R. Universidad Fidélitas, Abril 2000.

Anexo 3: Evitando los problemas y las trampas en la simulación

I. Resumen

El proceso requerido para completar un proyecto de simulación incluye diferentes pasos, que van desde el establecimiento de los objetivos hasta la implementación. Con el propósito de obtener resultados adecuados, es necesario que en la definición del problema se identifique el problema real y no sus síntomas. Una definición precisa del problema puede determinar el nivel de detalle requerido en el modelo, y podría indicar las áreas específicas a las que se le debe prestar mayor atención. Además, ésta generalmente conlleva al establecimiento de los objetivos que debe alcanzar el modelo.

La construcción de un modelo de simulación con pocos detalles puede resultar en poca precisión de la información que impida alcanzar la meta real. Por otra parte, si ésta contiene muchos detalles, se requerirá un mayor esfuerzo para crearlo, mayores tiempos de corridas y es más factible que contenga errores. Sin embargo, si deben existir errores, es mejor que se incluyan más detalles que menos. Para poder crear un balance, es necesaria entonces una definición precisa del problema y de los objetivos. Con este fin se puede iniciar el proyecto con una especificación funcional completa, para lo cual se establecen ciertos supuestos: 1- Se involucran al menos dos partes en el proyecto de simulación (el modelador/analista y el usuario/cliente): el primero necesita saber lo que el segundo espera y el segundo, lo que el primero entregará. 2- La especificación funcional es creada juntamente después de iniciado el proyecto.

Este proceso es generalmente una negociación entre las dos partes, en donde el usuario se ve obligado inicialmente a definir la lógica y los datos, y el modelador empieza a organizar mentalmente la estructura del modelo de simulación. Estas discusiones pueden ayudar a aclarar puntos sutiles, a asegurar la misma interpretación por parte de ambos y a identificar problemas en una etapa inicial.

La etapa de formulación debe ser una actividad mental que lleve al desarrollo de una estrategia global para la simulación y a la evaluación de enfoques alternativos. Por otra parte, la etapa de la construcción es la integración de la estructura de datos y el marco del modelo, en un modelo de simulación que trabaje. En cuanto a la verificación, ésta es asegurarse de que el modelo trabaja de la forma en que se pretendía, verificando los componentes por separado, en grupos y de manera global, y bajo condiciones extremas. También se tiene la validación, la cual es un proceso difícil de asegurar que el modelo se comporta como el sistema real. La realización de ésta depende de la existencia de un sistema igual o parecido con el que se pueda comparar. En caso de que no exista, se deben reforzar los elementos de la verificación.

Con respecto a la captura de la lógica empleada, puede llegar a ser un desafío en el sentido de que, aunque existieran los procedimientos por escrito, generalmente éstos están discontinuados o no son seguidos al pie de la letra, por lo que no se tienen capturadas las verdaderas condiciones de operación. Es por esto que en la mayoría de los estudios de simulación existen muchas personas encargadas de esta labor, además de que se trata de involucrar a las personas que día a día toman las decisiones dentro del proceso.

En lo que se refiere a los requerimientos de datos, frecuentemente se da una falta de ellos, por lo que se debe definir inicialmente el procedimiento de recolección de datos, para que la información esté disponible en el momento que se requiera. Generalmente, se obtiene información de los tiempos promedios en vez de la variación de la distribución, siendo esta última la que afecta en mayor grado el rendimiento del sistema, por lo que es necesario identificar las causas.

Previo a la etapa de análisis se debe definir el tiempo de corridas que brinde resultados significativos. Esto se puede lograr mediante la utilización de diagramas de las mediciones claves de rendimiento. Además, es necesario asegurarse de que exista consistencia entre el tipo de análisis y el tipo de decisiones a tomar, es decir, que no exista diferencia entre los sets de resultados a ser comparados.

Por otra parte, la documentación puede se una tarea crítica, la cual debe proveer como mínimo una descripción de la estructura de datos, los elementos clave del modelo, la lógica general del flujo, todas sus variables, las colas, etc. Además, debe proveer los medios para poder comprender el enfoque en un futuro. También se debe tomar en cuenta que ciertos valores pueden ser variados por el usuario. Sin embargo, se debe prevenir que éste no cambie valores que no deben ser alterados.

Todo lo descrito anteriormente ayuda a comprender que el arte de la simulación se puede aprender mejor a través de la experiencia aunque se cometan errores en el camino.

II. Análisis

Este artículo muestra las formas en que una empresa puede prevenir errores y problemas durante el proceso de simulación, en cada una de sus etapas.
En primer lugar, se puede decir que el método de simulación no sólo ayuda a la solución de problemas actuales y potenciales, sino que también puede ser empleado para el análisis de diferentes cambios posibles al sistema, con el fin de mantener al sistema entero en un constante mejoramiento.

También se observa que es una herramienta que requiere tiempo y que los resultados obtenidos dependerán de la experiencia del modelador. Esto último debido a que entre más experimentado sea, más precisa puede ser la definición del problema sin necesidad de incluir demasiados detalles. Es importante tomar en cuenta que una de las ventajas de la simulación es la posibilidad de estudiar y evaluar diversos enfoques antes de la construcción del modelo, con lo que se obtiene una mayor rapidez si se desarrollan especificaciones funcionales.

Por otro lado, es visible la facilidad del proceso de verificación del modelo completo por medio de la capacidad de animación. Contrario a esto se encuentra el proceso de validación, el cual puede resultar una etapa imposible si no se cuenta con un sistema real con el cual comparar, lo que traería como consecuencia un sobrecargo de esfuerzo en la etapa de verificación.

Otro factor negativo que se puede presentar es en cuanto a la documentación, ya que generalmente las empresas no dedican mucho tiempo a esta labor, ya sea por falta de tiempo o por falta de personas destinadas a este fin. Sin embargo, la documentación adecuada y precisa es vital para las especificaciones, ya que, si no se tienen establecidas correctamente las verdaderas circunstancias en que el sistema opera, no se podrán obtener resultados aplicables a la situación real. El proceso de documentación puede simplificarse si, por ejemplo, se toman las variables que pueden ser cambiadas y se trasladan del modelo de simulación al experimento o a otro archivo de configuración de datos. Esto evita que el usuario altere datos que no debe y que se pueda observar el conjunto de valores de una mejor forma.

Además, es importante considerar la naturaleza del análisis en la definición del problema y en el establecimiento de los objetivos de la simulación, ya que no se pueden tomar decisiones acertadas si no se tiene el mismo enfoque.

Por último, se puede concluir que la herramienta de simulación es más efectiva si se utiliza por personas experimentadas o si se cuenta con el apoyo de éstas. Esto debido a que se pueden evitar muchos errores simples que pueden ser cometidos desde un inicio, y que, teniendo una guía adecuada, pueden ser evitados fácilmente.

Avoiding the Problems and Pitfalls in Simulation
Autor: Randall P. Sadowski, Ph.D.
Proceedings of the 1991 Winter Simulation Conference.

Resumen y análisis preparados por Gilda Sosa. Universidad Internacional de las Américas, Febrero 1998.