

LINHAS DE TRANSMISSÃO IDEAIS DE 1/8 DE ONDA E SUAS CONSEQUÊNCIAS

**Por Luiz Amaral
PY1LL/PY4LC**

O artigo apresenta uma maneira diferente de se ver as linhas de transmissão ideais múltiplas de 1/8 de onda.

A expressão que relaciona a impedância refletida Z_2 num extremo de uma linha de transmissão ideal de impedância característica Z_0 carregada no outro extremo com uma impedância de carga Z_1 é dada por:

$$Z_2 = Z_0 \cdot (Z_1 + j \cdot t \cdot Z_0) / (Z_0 + j \cdot t \cdot Z_1) \quad (1)$$

Com j a unidade imaginária e $t = \text{tg} (2 \cdot \pi \cdot L / \lambda)$, onde λ = comprimento de onda na linha, L = comprimento da linha e $\pi = 3,14...$

Façamos uma tabela de t para os principais valores de L / λ :

L / λ	t
1/8	1
1/4	∞
1/2	0

Z_2 é um número complexo, com sua parte real (resistência) Z_{2r} e sua parte imaginária (reatância) Z_{2i} .

Suponhamos a carga Z_1 real.

Reescrevendo (1) com suas partes real e imaginária explícitas, tem-se:

$$Z_2 = Z_0^2 \cdot Z_1 \cdot (1 + t^2) / (Z_0^2 + t^2 \cdot Z_1^2) + j \cdot t \cdot (Z_0^2 - Z_1^2) / (Z_0^2 + t^2 \cdot Z_1^2) \quad (2)$$

Em (2) temos:

$$Z_{2r} = Z_0^2 \cdot Z_1 \cdot (1 + t^2) / (Z_0^2 + t^2 \cdot Z_1^2) \quad (3)$$

$$Z_{2i} = t \cdot (Z_0^2 - Z_1^2) / (Z_0^2 + t^2 \cdot Z_1^2) \quad (4)$$

Seu módulo é dado por^[1]:

$$|Z_2| = \sqrt{(Z_{2r}^2 + Z_{2i}^2)} \quad (5)$$

e seu ângulo de fase dado por:

$$\text{tg } \phi = Z_{2i}^2 / Z_{2r}^2 \quad (6)$$

Para L / λ = múltiplo ímpar de 1/8, as expressões (3) e (4) se escrevem:

^[1] Devemos lembrar que, para as linhas ideais, Z_0 é real.

$$Z_{2r} = 2 \cdot Z_0^2 \cdot Z_1 / (Z_0^2 + Z_1^2) \quad (7)$$

$$Z_{2i} = (Z_0^2 - Z_1^2) / (Z_0^2 + Z_1^2) \quad (8)$$

Seu módulo:

$$|Z_2| = Z_0 \quad (9)$$

Sua fase:

$$\text{tg } \varphi = (Z_0^2 - Z_1^2) / (2 \cdot Z_0 \cdot Z_1) \quad (10)$$

O interessante da linha de 1/8 de onda é que seu módulo é constante, independente da carga resistiva e igual a Z_0 ^[2].

Dessa forma, se carregarmos a linha de 1/8 de onda com um resistor variável R, por exemplo, obteremos um módulo de Z_2 igual a Z_0 , independente de R e (na expressão (10) fazendo-se $Z_1 = R$) sua fase variando de $+\pi/2$ para $R = 0$, passando por 0 para $R = Z_0$, até $-\pi/2$ para $R \rightarrow \infty$.

Podemos usar a equação (1) ou a (2) para o cálculo de Z_2 no caso de 1/4 de onda, com $t \rightarrow \infty$. Mas, ao invés disso, podemos associar dois pedaços de 1/8 de onda formando a linha de 1/4 de onda, fazendo-se uso duas vezes das equações (7) e (8), usando-se a impedância refletida no primeiro pedaço de 1/8 de onda com sendo a carga do segundo (o leitor interessado pode fazê-lo como exercício). O resultado é, como se podia esperar:

$$Z_2 = Z_0^2 / Z_1 \quad (11)$$

A impedância característica é a média geométrica entre as impedâncias de carga e refletida no caso de linha de 1/4 de onda.

No caso de 1/2 onda, pode-se associar dois pedaços de 1/4 de onda. A impedância refletida pelo primeiro pedaço de 1/4 de onda Z_2 é dada pela equação (11). Colocando-se Z_2 como impedância de carga do segundo pedaço de 1/4 de onda, isto é, no lugar de Z_1 na equação (11), obtém-se Z_3 , a impedância refletida:

$$Z_3 = Z_0^2 / Z_2 = Z_0^2 / (Z_0^2 / Z_1)$$

$$\text{ou } Z_3 = Z_1 \quad (12)$$

A linha de 1/2 onda repete, como impedância refletida, a impedância de carga, como já se esperava.

Como a colocação de mais um pedaço de 1/2 onda continua repetindo a sua carga, qualquer comprimento múltiplo de 1/2 onda operará segundo a equação (12).

^[2] Isto poderia ter sido concluído diretamente da expressão (1) fazendo-se $t = 1$.

Se acrescentarmos um pedaço múltiplo de $1/2$ onda (que é um número par de $1/4$ de onda) a um pedaço de $1/4$ de onda, obtém-se um número ímpar de $1/4$ de onda e a equação (11) se repetirá. Portanto para um número ímpar de $1/4$ de onda vale a equação (11).

Raciocínios semelhantes podem ser usados para o caso de $1/8$ de onda.

Podemos obter os mesmos resultados refazendo a tabela de valores de t para múltiplos ímpares e inteiros de $1/8$, $1/4$, e $1/2$ onda.

Por Luiz Amaral
PY1LL/PY4LC