LINHAS DE TRANSMISSÃO EM PARALELO

Por Luiz Amaral
PY1LL/PY4LC

Este artigo mostra o resultado quando se põe em paralelo duas linhas de transmissão com qualquer impedância característica e com qualquer tipo de carga, mas com o mesmo comprimento elétrico, isto é, comprimentos levando-se em conta os fatores de velocidade das linhas.

Um gerador é conectado a duas linhas de transmissão com o mesmo comprimento elétrico em paralelo, isto é, carregados com uma impedância comum **Zc**, como na Figura 1.

As impedâncias características das linhas são **Zo1** e **Zo2**. O gerador 'vê' uma impedância refletida **Zr**.

Sobre a carga, a tensão é **Vc**.

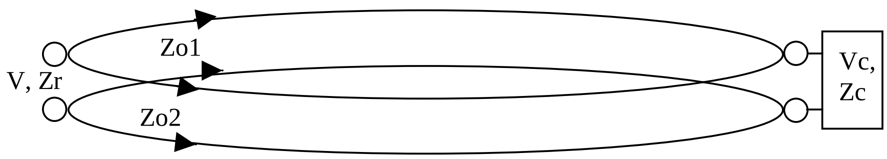

Figura 1

Para analisar o que ocorre, separa-se o sistema em duas cargas **Zc1** e **Zc2**, uma para cada linha, tal que esta configuração resulte na mesma impedância **Zr** para o gerador.

Também se deseja que, com as linhas postas em paralelo, obtenha-se o circuito da Figura 1. Em outras palavras, cria-se um novo circuito de tal modo que não importe se as cargas **Zc1** e **Zc2** estão postas em paralelo ou não, sob o ponto de vista do gerador. O sistema com cargas separadas é mostrado na Figura 2.

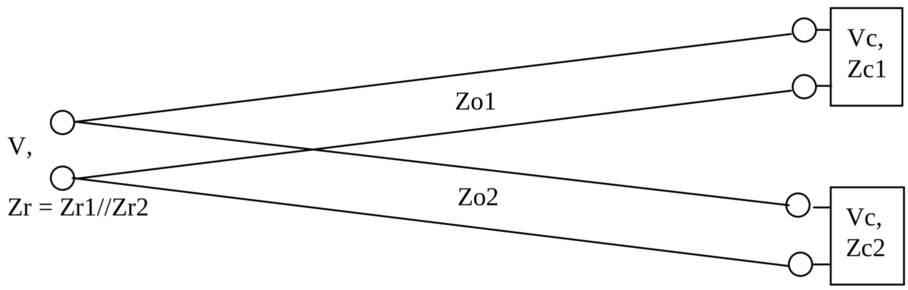

Figura 2

Neste esquema, a carga **Zc1** reflete **Zr1** para o gerador através da linha com impedância **Zo1** e **Zc2** reflete **Zr2** para o gerador através da linha com impedância **Zo2.** **Zr1** em paralelo com **Zr2** é igual à impedância refletida original **Zr**.

Como se quer que o paralelo de **Zc1** e **Zc2** seja igual à carga original **Zc**, as fases de **Zc1** e **Zc2** devem ser iguais, ou seja, ambas devem ter a mesma razão reatância/resistência.

Além disso, como está explícito na Figura 2, necessita-se que as voltagens nas cargas sejam iguais em amplitude e fase, como é a voltagem original na carga **Zc**. Isto garante que as duas cargas **Zc1** e **Zc2** podem ser postas em paralelo sem afetar o gerador.

Assim, pode-se escrever:

Zc = Zc1 . Zc2 / (Zc1 + Zc2) [1]

Se as voltagens nas cargas são iguais, essas cargas são proporcionais às correspondentes impedâncias características. Assim:

Zc1 / Zo1 = Zc2 / Zo2 ou Zc2 = Zo2 . Zo1 / Zc1 [2]

Mas **Zc = Zc1 // Zc2**:

Zc = Zc1 . Zc2 / (Zc1 + Zc2) [3]

Aplicando-se **[2]** em **[3]**, obtem-se:

Zc = Zc1 .Zo2 / (Zo2 + Zo1) [4]

ou **Zc1 = Zc . (Zo2 + Zo1) / Zo2 [5]**

o mesmo para **Zc2**:

Zc2 = Zc . (Zo2 + Zo1) / Zo1 [6]

Para linhas ideais, a impedância refletida **zr**, para dada impadância característica **zo** e carga **zc**, é dada por:

zr = zo . (zc + zo . t) / (zo + zc . t), onde t = j . tg β . L

Aqui **j** é a unidade imaginária e **β = 2 . π / λ**, com **λ** sendo o comprimento de onda na linha, isto é, levando-se em conta o fator de velocidade da linha.

Aplicando-se a última expressão para as linhas 1 e 2, tem-se:

Zr1 = Zo1 . (Zc1 + Zo1 . t) / (Zo1 + Zc1 . t) [7]

Zr2 = Zo2 . (Zc2 + Zo2 . t) / (Zo2 + Zc2 . t) [8]

By Luiz Amaral
PY1LL/PY4LC

Substituindo em **[7]** e **[8]** **Zc1** e **Zc2** por seus valores de **[5]** e **[6]**, tem-se:

Z1r = Zo1 . [Zc + t . Z1o . Z2o / (Z1o + Z2o)] / [Z1o . Z2o / (Z1o + Z2o) + Zc . t]   [9]

Z2r = Zo2 . [Zc + t . Z1o . Z2o / (Z1o + Z2o)] / [Z1o . Z2o / (Z1o + Z2o) + Zc . t]   [10]

Escrevendo-se:

P = [Zc + t . Z1o . Z2o / (Z1o + Z2o)] / [Z1o . Z2o / (Z1o + Z2o) + Zc . t]   [11]

Então:

Z1r = Zo1 . P   [12]

Z2r = Zo2 . P   [13]

Como se deseja que **Z1r** em paralelo com **Z2r** resulte em **Zr**, tem-se:

Zr = Z1r . Z2r / (Z1r + Z2r)   [14]

Pondo **[12]** e **[13]** em **[14]**, obtem-se:

Zr = Zo1 . Zo2 . P / (Zo1 + Zo2)   [15]

Agora quer-se saber qual a impedância característica da linha que, sozinha, substitui o par em paralelo, resultando na mesma impedância **Zr** com a carga **Zc**. Usando-se a expressão geral para a impedância refletida, tem-se:

Zr = Zo . (Zc + Zo . t) / (Zo + Zc . t)   [16]

Substituindo-se **P** em **[15]** por sua definição em **[11]**, obtem-se:

Zr = [Z1o . Z2o / (Z1o + Z2o)] . {Zc + [Z1o . Z2o / (Z1o + Z2o)] . t} / {[Z1o . Z2o / (Z1o + Z2o)] + Zc . t} [17]

A expressão **[15]** corresponde a uma única linha e **[17]** ao caso das linhas em paralelo. Comparando-se ambas, tem-se:

Zo **= Zo1 . Zo2 / (Zo1 + Zo2)   [18]**

N[18] mostra que a impedância característica **Zo** da linha que substitui o par de linhas é justamente o paralelo das impedâncias **Zo1** e **Zo2**.

By Luiz Amaral
PY1LL/PY4LC

Podemos dizer finalmente:

"Se um gerador é conectado a uma carga através de um par de linhas de transmissão ideais em paralelo com impedâncias características **Zo1** e **Zo2**, ambas com o mesmo comprimento elétrico, a linha única com o mesmo comprimento elétrico que substitui este sistema tem sua impedância característica igual ao paralelo de **Zo1** e **Zo2**".

Example:

Deseja-se um pedaço de cabo que transforme a impedância de 25Ω de uma antena em 50Ω para se usar qualquer comprimento de cabo de 50Ω ao transmissor.

Uma linha de ¼ de onda faria o trabalho e sua impedância característica seria dada por:

$\mathbf{Zo^2 = 25 \cdot 50\Omega}$, ou seja, $\mathbf{Zo \approx 36\Omega}$.

Mas este cabo não existe comercialmente, mas dois pedaços de cabo de 73Ω em paralelo resultariam em um cabo simulado com 36Ω e resolveria o problema.

Niste exemplo tem-se perfeito casamento e a carga é pura resistiva, isto é, real. No caso geral estudado isto não é necessário, podendo a carga e o comprimento elétrico serem quaisquer.

By Luiz Amaral
PY1LL/PY4LC