

COEFICIENTES DE ACOPLAMENTO DE INDUTORES

Por Luiz Amaral
PY1LL/PY4LC

Suponham-se, como na Figura 1, dois indutores com mesmo número de espiras por unidade de comprimento N , enrolados sobre uma mesma fôrma de raio R . Os indutores têm indutância e comprimento respectivamente L_1, C_1 e L_2, C_2 e a distância entre eles na fôrma é C_3 .

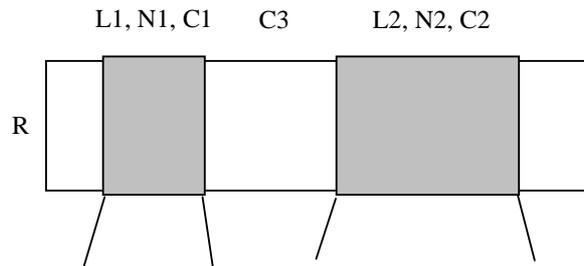


Figura 1

A expressão da indutância L de um indutor de N espiras e de comprimento C e raio R é dada por:

$$L = R^2 \cdot N^2 / (9 \cdot R + 10 \cdot C) \quad (1)$$

Aplicando-se (1) a L_1 e a L_2 , tem-se:

$$L_1 = R^2 \cdot N_1^2 / (9 \cdot R + 10 \cdot C_1) \quad (2)$$

$$L_2 = R^2 \cdot N_2^2 / (9 \cdot R + 10 \cdot C_2) \quad (3)$$

Por outro lado, se pusermos os dois indutores em série, a indutância total será dada por:

$$L_{12} = L_1 + L_2 + 2 \cdot M_{12} \quad (3), \text{ com } M_{12} \text{ a indutância mútua entre os dois indutores. } M_{12} \text{ pode ser escrito como:}$$

$$M_{12} = K_{12} \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2} \quad (4), \text{ com } K_{12} \text{ sendo o chamado coeficiente de acoplamento entre os indutores e pode variar de } 0 \text{ a } 1.$$

$$L_{12} = L_1 + L_2 + 2 \cdot K_{12} \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2} \quad (5)$$

Em (5), tanto L_{12} como K_{12} são desconhecidos devido à distância finita C_3 entre os indutores.

Este artigo propõe-se justamente a deduzir uma expressão para esse coeficiente de acoplamento.

Para isto, vejamos o caso em que C_3 é nulo, isto é, os dois indutores formam um contínuo, como na Figura 2.

Como agora os dois indutores formam um contínuo, a expressão (1) é aplicável, tendo-se então, como conhecido o valor da indutância total.

Os indutores têm agora indutância, comprimento e número de espiras respectivamente **La, Ca, Na** e **Lb, Cb, Nb**. O indutor total tem indutância **Lab**, comprimento **Cab=Ca+Cb** e número de espiras **Nab=Na+Nb**.

Podemos escrever:

$$\mathbf{Lab=La+Lb+2.Kab.\sqrt{(La.Lb)}} \quad (6)$$

Como vale a expressão (1) para esse indutor total assim como para os dois indutores individuais, podemos usá-la em (6):

$$\mathbf{R^2.Nab^2/(9.R+10.Cab)=R^2.Na^2/(9.R+10.Ca)+R^2.Nb^2/(9.R+10.Cb)+2.Kab.R^2.\sqrt{[Na^2.Nb^2/(9.R+10.Ca).(9.R+10.Cb)]}} \text{ ou}$$

$$\mathbf{Kab=\{(Na+Nb)^2/[9.R+10.(Ca+Cb)]-Na^2/(9.R+10.Ca)-Nb^2/(9.R+10.Cb)\}/(2.\sqrt{[Na^2.Nb^2/(9.R+10.Ca).(9.R+10.Cb)]}} \quad (7)$$

Em (7) todos os elementos do segundo membro são dados e, portanto, **Kab** é determinado.

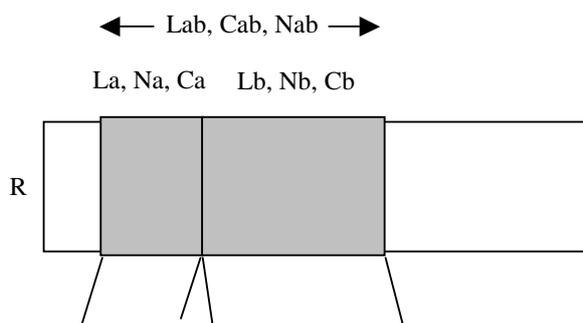


Figura 2

Isto mostra que é possível se determinar o coeficiente de acoplamento no caso dos dois indutores juntos.

No caso da Figura 1, pode-se usar um truque que é preencher o espaço entre os indutores com outro indutor imaginário de indutância, comprimento e número de espiras respectivamente **L3, C3** e **N3**, como na Figura 3.

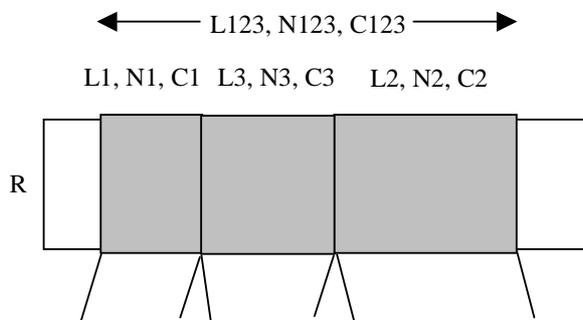


Figura 3

Nesse caso a indutância total é L_{123} , seu comprimento C_{123} e número de espiras N_{123} .

Como L_1 , L_2 e L_3 formam um contínuo, pode-se aplicar (6) aos pares L_1-L_3 e L_2-L_3 , com o coeficiente de acoplamento L_{12} sendo o elemento desconhecido a se calcular no caso L_1-L_2 .

Fazendo-se essas aplicações, tem-se:

$$L_{13} = L_1 + L_3 + 2 \cdot K_{13} \cdot \sqrt{(L_1 \cdot L_3)} \quad (8)$$

$$L_{23} = L_2 + L_3 + 2 \cdot K_{23} \cdot \sqrt{(L_2 \cdot L_3)} \quad (9)$$

$$L_{12} = L_1 + L_2 + 2 \cdot K_{12} \cdot \sqrt{(L_1 \cdot L_2)} \quad (5)$$

Usando-se (7) em (8) e (9), obtém-se os valores de L_{13} e L_{23} .

Escrevendo-se a expressão da indutância total, tem-se:

$$L_{123} = L_1 + L_2 + L_3 + 2 \cdot K_{12} \cdot \sqrt{(L_1 \cdot L_2)} + 2 \cdot K_{13} \cdot \sqrt{(L_1 + L_3)} + 2 \cdot K_{23} \cdot \sqrt{(L_2 \cdot L_3)} \quad (11)$$

Por ser um indutor contínuo, pode-se aplicar (1) em L_{123} , ficando apenas K_{12} como incógnita:

$$K_{12} = \frac{L_{123} - L_1 - L_2 - L_3 - 2 \cdot K_{13} \cdot \sqrt{(L_1 + L_3)} - 2 \cdot K_{23} \cdot \sqrt{(L_2 \cdot L_3)}}{2 \cdot \sqrt{(L_1 \cdot L_2)}} \quad (12)$$

Vemos que todo o segundo membro é conhecido pelo uso das expressões (6) e (1), onde, apesar de L_3 não ser um indutor real, é usado para se resolver o problema apresentado na Figura 1, onde dois indutores estão separados fisicamente.

A condição fundamental utilizada é que o raio da fôrma seja o mesmo para todos os indutores e que o número de espiras por unidade de comprimento seja o mesmo para eles.

É mais eficiente o uso de um programa de computador para resolver a extensa equação para K_{12} quando se substituem todos os valores no segundo membro de (12).

Por Luiz Amaral
PY1LL/PY4LC