Fowles 1.6) Demonstre as fórmulas:

$u_g = u - l\,\frac{du}{dl}$ e: $\frac{1}{u_g} = \frac{1}{u} - \frac{l_o}{c}\frac{dn}{dl_o}$

Rta.:

a)

$u_g = \frac{dw}{dk}$; $por(F1.34)\; w = ku$ $\therefore$

$$u_g = \frac{d\big(ku(k)\big)}{dk} = u + k\,\frac{du(k)}{dk} = u + \frac{k}{2p}\frac{du}{d(1/\,l)} = u + \frac{k}{2p}\frac{du}{dl}\frac{dl}{d(1/\,l)} =$$

$$= u + \frac{k}{2p}\frac{du}{dl}\frac{d\big(l^{-1}\big)^{-1}}{d(l^{-1})} = u - \frac{k}{2p}\big(l^{-1}\big)^{-2}\frac{du}{dl} = u - l\,\frac{du}{dl} \quad c.q.d.$$

b) Partindo de F1.33:

$$\frac{1}{u_g} = \frac{dk}{dw} \quad sendo\!: k = \frac{nw}{c} \longrightarrow \frac{1}{u_g} = \frac{n}{c} + \frac{w}{c}\frac{dn}{dw} \quad como\!:\; u = \frac{c}{n} \quad temos\!: \frac{1}{u_g} = \frac{1}{u} + \frac{w}{c}\frac{dn}{dw}$$

$$como\ no\ vácuo\!: l_o = \frac{2pc}{w} \longrightarrow \frac{dn}{dw} = \frac{dn}{dl_o}\frac{dl_o}{dw} = \frac{-2pc}{w^2}\frac{dn}{dl_o}$$

$$\frac{1}{u_g} = \frac{1}{u} - \frac{w2pc}{cw^2}\frac{dn}{dl_0} = \frac{1}{u} - \frac{l_0}{c}\frac{dn}{dl_0} \quad c.q.d.$$

Fowles 1.7) A variação do índice de refração com o comprimento de onda, no caso de um vidro, pode ser representada aproximadamente como uma equação empírica da forma: $n = A + B\,l_o^{-2}$ onde **A** e **B** são constantes empíricas, e $\boldsymbol{\lambda_0}$ é o comprimento de onda no vácuo. Encontre a velocidade de grupo para $\boldsymbol{\lambda_0}$ = 500nm para um vidro onde **A** = 1,50 e **B** = 3.10^4 $(nm)^2$**.**

Rta.:

Pelo exercicio F1.6:

$$\frac{1}{u_g} = \frac{1}{u} - \frac{l_0}{c}\frac{dn}{dl_0}; \quad por\ F1.34\!: \; \frac{1}{u} = \frac{n}{c} = \frac{A + B\,l_0^{-2}}{c} \quad ; \quad agora$$

$$\frac{dn}{dl_0} = \frac{d\big(A + Bl_0^{-2}\big)}{dl_0} = -2Bl_0^{-3} \quad \therefore \quad \frac{1}{u_g} = \frac{A + Bl_0^{-2}}{2} - \frac{l_0}{c}\big(-2Bl_0^{-3}\big) =$$

$$= \frac{A}{c} + \frac{3B}{c}\,l_0^{-2} \longrightarrow u_g = \left(\frac{A}{c} + \frac{3B}{c}\,l_0^{-2}\right)^{-1} = \left[\frac{1{,}5}{3.10^8 ms^{-1}} + 3.\frac{3.10^4}{3.10^8 ms^{-1}}\frac{\big(10^{-9}m\big)^2}{\big(500.10^{-9}m\big)^2}\right]^{-1} =$$