CÁLCULO NUMÉRICO
TRABAJO PRÁCTICO NRO 4
DIFERENCIACIÓN NUMÉRICA

FRANCISCO VILLAVERDE

1. Considere la siguiente tabla de valores de la función $f(x) = x\ \exp(-x)$ para valores igualmente espaciados de x:

x	$f(x)$
1.8	0.2975
1.9	0.2842
2.0	0.2707
2.1	0.2572
2.2	0.2438

1. Obtener aproximaciones a $f'(2)$, $f''(2)$ y $f'''(2)$ usando las fórmulas que se indican a continuación:

$$\begin{aligned}
f'(x) &\approx \frac{f(x+h)-f(x)}{h} \\
f'(x) &\approx \frac{f(x+h)-f(x-h)}{2h} \\
f''(x) &\approx \frac{f(x+2h)-2f(x+h)+f(x)}{h^2} \\
f''(x) &\approx \frac{f(x+h)-2f(x)+f(x-h)}{h^2} \\
f'''(x) &\approx \frac{f(x+2h)-2f(x+h)+2f(x-h)-f(x-2h)}{2h^3}
\end{aligned}$$

   Calcular el error de aproximación (en este caso se conoce $f(x)$ y se puede calcular el valor de la derivada con toda la precisión que se desee). Para el caso de f' comparar con la cota del error que corresponde a la fórmula obtenida a partir del desarrollo de Taylor.

2. Completar una tabla de $f'(x)$ para los valores de x de la tabla con formulas de $O(h^2)$ (progresiva para el primer valor de la tabla, centrada para los tres puntos centrales y regresiva para el último punto).

Presentar el resultado redondeando a cuatro decimales.

$$
\begin{aligned}
\text{centrada } f'(x) &\approx \frac{f(x+h)-f(x-h)}{2h} \\
\text{progresiva } f'(x) &\approx \frac{-f(x+2h)+4f(x+h)-3f(x)}{2h} \\
\text{regresiva } f'(x) &\approx \frac{3f(x)-4f(x-h)+f(x-2h)}{2h}
\end{aligned}
$$

2. Considere la siguiente tabla de valores de la población de la Argentina según datos de censo:

Año	Población (en miles)
1650	298
1778	420
1800	551
1809	609
1825	766
1839	926
1857	1300
1869	1737
1895	3955
1914	7885
1947	15894
1960	20011
1970	23362
1980	27947
1991	32616

Calcular la tasa de crecimiento de la población usando una fórmula de aproximación de la derivada primera. Los datos no están igualmente espaciados.
Intente corroborar el dicho popular:
"los argentinos venimos de los barcos ...".
El código *GNU Octave* que se muestra representa gráficamente la tasa de crecimiento de la población.
El programa carga el archivo de datos ASCII censoarg.dat con los datos censales.

```
load censoarg.dat
anio=censoarg(:,1);
gente=censoarg(:,2);
for k=1:14
razon(k)=(gente(k+1)-gente(k))/((anio(k+1)-anio(k))*gente(k));
end
anion(1:14)=anio(1:14)+(anio(2:15)-anio(1:14))/2;
figure(2)
plot(anion(1:14),100*razon(1:14),'x',anion(1:14),100*razon(1:14))
xlabel('tiempo')
ylabel('tasa de variacion poblacional en %')
title('tasa de crecimiento de la poblacion en Argentina')
```

3. La rapidez de cambio de la temperatura de cuerpo que se enfría por contacto con un medio a temperatura constante T_a viene dada por $T'(t) = -k(T - T_a)$ donde T es la temperatura del cuerpo, t es el tiempo y k una constante positiva que caracteriza el enfriamiento (esta es la ley de Newton del enfriamiento). Una pieza metálica se calienta a 90 °C y se introduce en agua a 25°C. La temperatura de la pieza se mide y se registra junto con el instante de medida:

Tiempo en min	T en °C
0	90
5	49.9
10	33.8
15	28.4
20	26.2
25	25.4

Usar una fórmula de aproximación para $T'(t)$ para 0, 5, 10, 15, 20 min. Representar gráficamente $T'(t)$ en función de $T - 25°C$ y aproximar el valor de k con la pendiente de una recta que *aproxime* el gráfico de 4 puntos.

4. Obtener los coeficientes y el orden del error de aproximación de la siguiente fórmula de aproximación centrada para la derivada primera de f:

$$f'(x) \approx \alpha f(x+2h) + \beta f(x+h) + \gamma f(x-h) + \delta f(x-2h)$$

5. Se dispone de un registro de posiciones de un móvil que se mueve por una recta a intervalos regulares de tiempo de 0.1 s . Los valores de la coordenada expresados en m son :

0	0.95	1.8	2.55	3.2	3.75	4.2	4.55	4.8	4.95	5	4.95	4.8	4.55

Obtener tablas para velocidad y la aceleración de la siguiente manera: si x_i es la posición en el instante t_i entonces la velocidad en el instante t_i se puede aproximar por

$$v_i = \frac{x_{i+1} - x_i}{t_{i+1} - t_i}$$

y para la aceleración

$$a_i = \frac{v_{i+1} - v_i}{t_{i+1} - t_i}$$

Representar gráficamente e intentar extraer alguna conclusión (Sug: identificar un movimiento conocido).

```
x=[0 0.95 1.8 2.55 3.2  3.75 4.2 4.55 4.8 4.95 5 4.95 4.8 4.55 ];
t=0.1*(0:length(x)-1);tt=t(1:length(t)-1)+0.05;
velocidad=diff(x)./diff(t); aceleracion=diff(velocidad)./diff(tt);
plot(velocidad,'o')
```