



UNICAMP

Instituto de Física      Disciplina F-641 A      2º semestre 1995

Prof. José J. Lunazzi

<lunazzi@digicron.com> <<http://www.digicron.com/lunazzi>>

## Introdução à Óptica Geométrica: Sombras e Câmara de furo

Esta apostila é consequência de mais de vinte e cinco anos de dedicação ao ensino da óptica, pensando em explicá-la a partir de fenômenos simples. Foi inspirada nos cursos recebidos no Dpto. de Física da Universidad Nacional de La Plata - La Plata - RA, colocando ilustrações e acrescentando fórmulas e experiências. A experiência obtida com a realização de cursos de aperfeiçoamento para professores (cursos CENP, com o Prof. Hugo Fragnito, anos 1983 e 1984) permitiu levar as experiências ao mínimo de complexidade. Decidi colocar esta apostila como uma unidade independente também para cursos universitários após constatar o fato de que esta teoria não consta dos livros texto de segundo grau nem dos universitários. Porém, a considero fundamental para ajudar a mentalizar melhor os fenômenos ópticos e para explicar bem ao menos dois exercícios colocados no livro mais usado na UNICAMP, o Halliday-Resnick (eds. 2ª a 4ª), que passam a ter resultado diferente quando analisados com os elementos aqui descritos.

Encerra-se onde começam os temas que encontramos nos textos, e não contém portanto assuntos como lentes, espelhos, etc. que trato em outras apostilas independentes.

Óptica: *“parte da física que investiga os fenômenos de produção, transmissão e detecção de radiação eletromagnética de*

*comprimento de onda compreendido aproximadamente entre 1 nm e 1mm”* (Novo Dicionário Aurélio).

Numa definição mais comum, a palavra óptica representa a análise dos fenômenos luminosos, sendo luz a energia que enxergamos, embora a óptica possa se estender a radiações que não enxergamos.

A luz é a energia que sustenta a vida, saindo do sol e contribuindo a desenvolver as estruturas biológicas dos seres mais primitivos. Os seres de estrutura mais complexa obtêm energia e elaboram sua estrutura a partir dos elementos que obtêm ao se alimentarem daqueles. Embora seja esta a principal função da luz, é pela luz que entra em nossos olhos enorme quantidade de informações do mundo que nos rodeia. Sem luz, as criaturas só se conheceriam limitadamente, no contato direto, se apalpando, ou pelo som ou cheiro. Poucas são as vezes, porém, em que analisamos a maneira como resulta possível ver.

**Experiência 1:** se possível, deixar a sala de aula as escuras por alguns minutos para ressaltar a importância da luz em nossa vida.

### Origem da percepção luminosa

Como os seres vivos começaram a perceber a luz?. A tomada de energia solar durante o dia e sua interrupção a noite terá gerado os ciclos biológicos que tomam a primeira unidade de informação, o “bit” binário do tipo: SIM/NÃO , 1/0, tem/não tem. A noite, novas atitudes são tomadas pelos seres vivos. Quando várias seres compostos de uma única célula começaram a se agrupar para formar uma estrutura melhor adaptada, algumas células tem se especializado na recepção da luz, enquanto outras passaram a desenvolver outras funções e a receber a informação respeito da luz das anteriores. Alguns seres continuaram seu desenvolvimento baseado na energia solar (vegetais) enquanto outros passam a roubar a energia armazenada por estes, comendo-os (animais). As etapas foram separadas por intervalos de milhões de anos. Nos vegetais, o agrupamento de células sensíveis à luz permite perceber

que outro vegetal está por cima dele, e escolher a melhor direção de crescimento para tentar evitar ser coberto por ele, o que o levaria à morte. Nos animais, começa a haver o sentido de estar ou não dentro de um orifício ou cobertura, pela falta momentânea da luz do sol, da presença de nuvens e de submersão em água não clara ou na profundidade do mar.

As células especializadas agrupadas (retina) informam às outras por meio de canais de transmissão (nervos) ao lugar de processamento e armazenamento dessa informação (cérebro). Uma etapa importante foi o desenvolvimento de uma lente (cristalino) para projetar na retina luz proveniente de qualquer posição ao redor do ser. Apesar de os olhos serem característica dos animais, sabemos que elementos com forma de lente podem se encontrar atualmente nas folhas de uma planta tropical. Com a sensibilidade seletiva às cores e a visão tridimensional temos, nesta análise simples, o conjunto dos elementos que constituem a visão.

### As sombras como imagem primitiva

A sombra tem sido o tipo de imagem mais primitivo. Pelo fato de termos uma representação de nossa figura, ela tem impressionado muito ao homem primitivo, mas ainda hoje possui grande força no universo de nossas representações mentais. Vamos agora analisar a sombra com técnicas simples de geometria.

A interrupção da propagação da luz pela matéria gera a sombra, e isto é uma consequência direta da propagação retilínea da luz, que pode ser facilmente comprovada porque olhando através de um tubo fino (um canudo p.ex.) sempre podemos ver do outro lado. Quando numa sala escura com poeira no ar entra um fino raio de luz podemos ver sua trajetória. Se fazemos com espelhos o cruzamento de um feixe com outro, vemos que o atravessamento de um pelo outro não altera sua direção, fato que vale para os feixes mais intensos conhecidos.

Vejam na **Fig.1** como uma sombra acontece definindo um contorno do objeto que é um tipo de projeção de sua estrutura tridimensional sobre um plano.

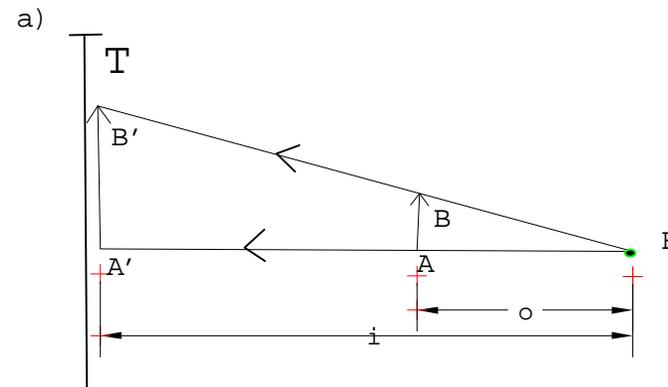
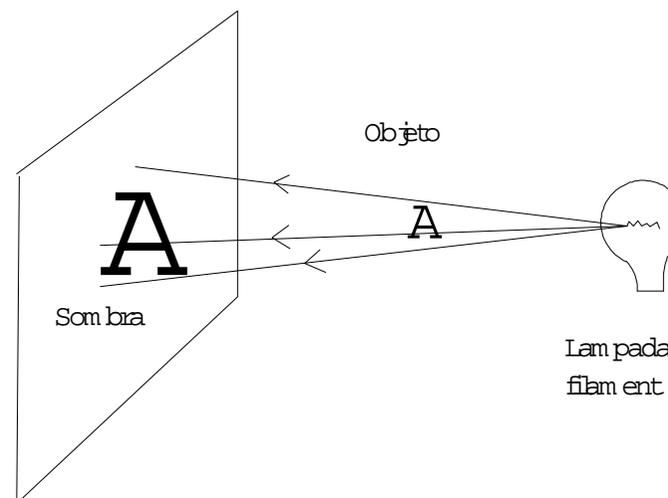


Figura 1: Esquema da geração de uma sombra por meio de uma lâmpada de filamento.  
acima: esquema físico.  
embaixo: situação geométrica

Veremos que é possível ter numa sombra a maioria das propriedades de uma imagem:

- 1) Aumento.
- 2) Campo lateral ou angular.
- 3) Profundidade de campo.
- 4) Aberrações.
- 5) Luminosidade.
- 6) Contraste.
- 7) Resolução ou nitidez

Na **Fig. 1 b)** temos o caso de uma fonte luminosa pontual **F** lançando luz em todas as direções. Um objeto à distância **o** e com altura **AB** projeta sua sombra na tela **T** à distância **i**, com extensão **A'B'**.

#### Aumento.

Temos então que o aumento vale:

$$M = \frac{i}{o} \quad (1)$$

Assim, quando a tela se encontra logo depois do objeto, o aumento vale próximo de 1, e quando o objeto está próximo da lâmpada, o aumento tende a infinito ( $\infty$ ) e a figura ocupa todo o espaço disponível. Resulta muito divertido fazer sombras numa sala escura usando uma lâmpada com vidro não difusor e sem refletor. Usando uma mão, ela pode crescer como uma mão preta gigantesca.

**Experiência 2:** realizar na sala escura a sombra de uma mão por meio de uma lâmpada de filamento com vidro transparente e sem refletor. Mudar a distância da mão entre a lâmpada e a tela.

#### Campo lateral ou angular.

O campo angular é o ângulo que a tela subtende vista desde a fonte. somente dentro dele é possível que um objeto tenha sua representação. O campo lateral é o quanto um objeto numa

determinada posição pode se estender, ou seja, quanto pode ocupar dentro desse ângulo.

#### Profundidade de campo.

A profundidade de campo (não é correto chamá-la de profundidade de foco) é o quanto o objeto poderia se deslocar longitudinalmente entre a fonte e a tela e ainda ter uma representação aceitável (como veremos depois, isto depende do critério que define o termo "aceitável").

#### Aberrações.

Podemos detectar uma distorção se supomos o objeto sendo uma esfera muito afastada da linha onde a perpendicular à tela encontraria a fonte (que podemos chamar de "eixo óptico"). A representação mais certa seria ter uma sombra circular, porém teremos uma elipse porque a projeção vai se esticar por um fator  $1/\cos\theta$ , sendo  $\theta$  o ângulo que os raios que atingem o objeto fazem com o eixo óptico.

#### Luminosidade.

É a densidade de luz que participa da figura, que chamaremos de **I**. Temos que, se a fonte é realmente pontual, essa densidade diminui com o quadrado da distância à fonte, porque a energia se distribui uniformemente à distância **r** ao redor dela.

Assim:

$$I \propto r^{-2} \quad (2)$$

onde **I** tem unidades de energia sobre unidade de área e sobre unidade de tempo (p.ex. **J/m<sup>2</sup>.s**). a constante de proporcionalidade depende das unidades para medição (existem varias, fora do sistema internacional - SI) e do brilho intrínseco do filamento iluminador, que varia de um material para outro. O das lâmpadas de tungstênio foi superado pelo das lâmpadas halogeneas, e as mais brilhantes são as de arco em gás xenônio, que substituíram as de arco elétrico nos projetores de cinema.

#### Contraste.

O parâmetro luminosidade é necessário apenas para definir si estamos numa situação onde nosso sistema de detecção pode operar corretamente, sem ter luz insuficiente ou excessiva. Uma vez verificado isto para o caso de uma observação visual, não é o valor absoluto da intensidade o que define a visibilidade de uma figura, senão o grau de variação da luminosidade, que é o verdadeiro conteúdo informativo. Um parâmetro que é muitas vezes útil para avaliar isto vem de tomar a relação entre as máximas variações e o dobro da intensidade média:

$$\text{Contraste: } \frac{I_M - I_m}{I_M + I_m} \quad (3)$$

Tem de útil que vale 1 quando a intensidade varia de qualquer valor máximo até zero, que é a melhor situação, 0 quando não varia (nada de informação) e valores entre 0 e 1 nos outros casos.

#### Resolução ou nitidez.

A nitidez é dada pela extensão da região de penumbra que define o menor tamanho de informação disponível. Este menor tamanho podemos chamar de *mancha de confusão (C)*, *valor da nitidez, pixel* na linguagem eletrônica, ou sua inversa, o número de linhas sobre milímetro que podem ser representadas, que podemos chamar *frequência espacial*.

Vemos na **Fig. 2** o esquema básico que explica como a sombra que deveria representar a imagem de um ponto **P** de dimensões desprezíveis acaba gerando uma figura de extensão **C** na tela.

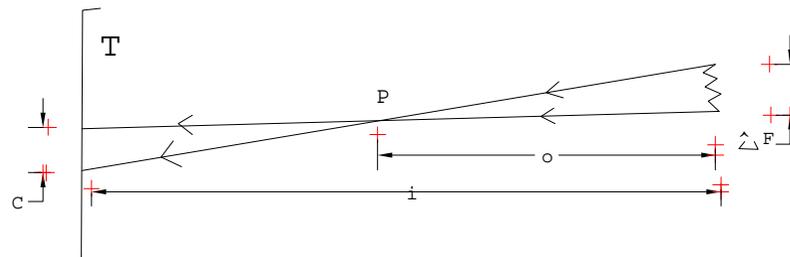


Figura 2: Extensão **C** da mancha de confusão na sombra de um ponto **P** por causa da extensão  $\Delta F$  da fonte luminosa.

A relação de triângulos define:

$$C = \frac{i - o}{o} \cdot \Delta F = (M - 1) \cdot \Delta F \quad (4)$$

que mostra que se a tela estiver em contato com o objeto, a nitidez poderia ser total, independente do tamanho da fonte. Se fizermos uma extensão das técnicas ópticas a radiações não visíveis, veríamos que a sombra mais útil nos dias de hoje é a radiografia. Entendemos agora porque as chapas são colocadas bem perto do paciente na hora da tomada de uma radiografia.

**Experiência 3:** igual a experiência 2 ou por meio do sol contra uma parede branca. Observe agora como a figura fica bem definida quando a mão está próxima da tela, e deixa faltar muito da representação dos dedos quando fica perto da lâmpada.



Figura 3: Diferenças da nitidez de uma sombra realizada por meio do sol quando o objeto está:

a) próximo da tela.      b) afastado da tela.

Geralmente ampliamos uma figura para melhor adaptá-la a nossa capacidade de visão, mas resulta mais exato avaliar a nitidez em termos de quanto ela representa como detalhe do objeto. Para isto calculamos a mancha de confusão como si a figura tivesse a mesma dimensão do objeto, dividindo pelo aumento.

Assim:

$$C(M=1) = \frac{C}{M} = \frac{i-o}{i} \cdot \Delta F \quad (5)$$

Dois pontos no objeto que produzem imagens separadas por uma distância próxima de  $C$  serão representados por dois círculos em contato e facilmente confundidos com uma mancha única. Quando

exatamente nossa visão realizará essa fusão das duas imagens depende de muitos fatores. Além do próprio sistema visual intervém a própria estrutura do conjunto da imagem. Os critérios utilizados para isto dependem assim de cada caso específico. Na falta de um critério sabidamente correto, podemos usar como critério geral que a mancha será vista como única se a distância entre os as imagens for  $0,5 C$ . Com ele teríamos, p.ex., uma resolução de  $\Delta F/4$  no caso  $I = 2 \bullet$ . Resulta assim que para ter sombras bem definidas é preciso ter lâmpadas com filamentos pequenos, de onde vem a importância de ter um alto brilho (densidade de radiação luminosa) no filamento. (ou nas lâmpadas de raios X).

Se o formato do filamento não apresentar as mesmas dimensões transversais visto desde a posição da sombra a nitidez vai depender da direção nela, e alguns objetos podem não ser vistos porque possuem suas linhas numa direção paralela à do filamento. Esta separação é conhecida na linguagem técnica como “filtragem espacial”.

**Experiência 4:** Com o material da experiência 2, realizar a sombra de um clipe para papel, ou de um alfinete, ou de um pente, próximos da lâmpada. Girar ao objeto e observar como haverá uma posição onde resulta quase impossível reconhecer ao objeto na sombra.

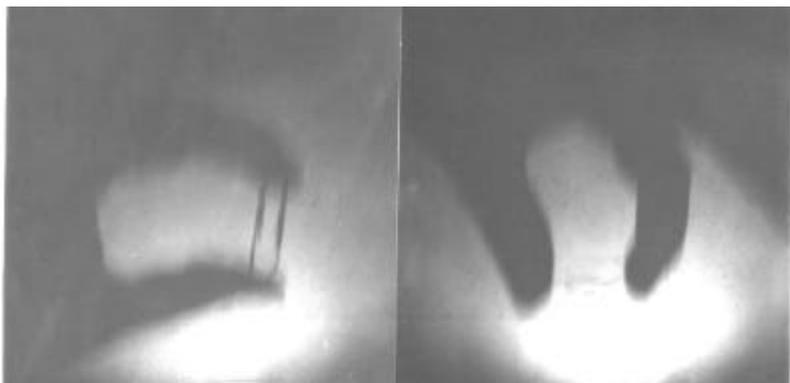


Figura 4: Perda de nitidez numa direção evidenciada pela falta das linhas que definem ao objeto quando o filamento da lâmpada muda sua posição de  $90^\circ$  respeito dele.

### O teorema de Pitágoras

Estamos vendo como a geometria é a base da óptica e o quanto é baseada nos teoremas de Pitágoras e Thales, que levam às relações de triângulos. Acredito que falte na formação do colégio refletir sobre a demonstração dos teoremas básicos da geometria. Isto porque tenho visto alguns textos demonstrar o teorema de Pitágoras apenas na base de uma comprovação empírica aproximada, realizando a figura do triângulo com os quadrados de seus lados e recortando os pedacinhos para encaixa-los segundo a relação  $a^2 + b^2 = c^2$ . Isto é um bom começo mas deve ser completado por uma relação teórica e exata. Para quem não viu a demonstração (acho que existem muitas variantes) coloco a seguir a que eu encontrei.

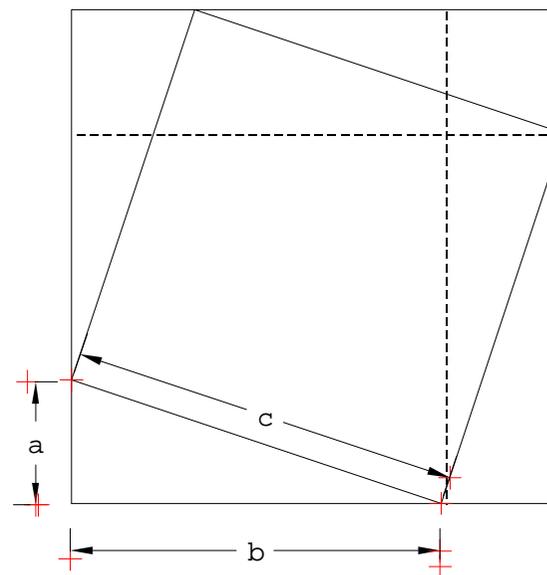


Figura 5: Demonstração do teorema de Pitágoras pelo encaixe de triângulos nos casos:  
a) considerando somente a figura interior de linhas contínuas e  
b) considerando somente a figura interior de linhas tracejadas.

Observe como no caso a) temos a relação:

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

e no caso b):

$$(a+b)^2 = c^2 + 4ab/2 = c^2 + 2ab$$

bastando restá-las para termos:

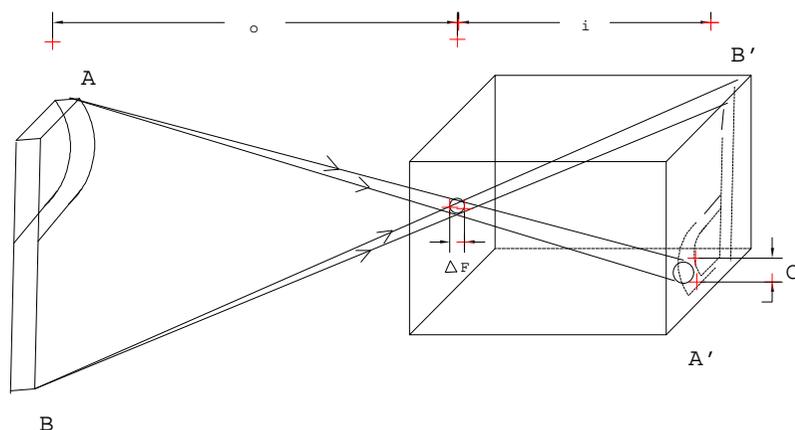
$$a^2 + b^2 = c^2 \quad \text{c.q.d.}$$

## Câmara de furo

Trata-se de uma experiência conhecida há milênios (Aristóteles a descreveu, e faz parte da arquitetura de antigas catedrais) porque pode ser vista num dia de sol dentro de uma habitação escura que tenha paredes brancas e um pequeno orifício apontando para o exterior. Vê-se uma cena externa, colorida e invertida de cima para baixo. Nuvens e pessoas passando são os sujeitos mais interessantes.

Se observamos a luz que atravessa as folhas de uma árvore, veremos que se as folhas estão altas, os espaços claros na sombra tem sempre forma redonda, independente dos diferentes perfis das folhas. Isto acontece porque cada orifício está criando uma imagem do sol. No caso de um eclipse de sol a maneira mais recomendada de observá-lo é por meio de um pequeno espelho (1-2cm) que reflete a luz sobre uma parede sombreada e distante. Temos a formação da imagem do sol, redonda, mesmo que o espelho tenha qualquer outro perfil.

Para criar toda imagem é necessário realizar uma montagem com amostras de cada região luminosa do objeto. Vemos na **Fig.6** como a câmara de furo realiza isto usando, como a sombra, a propriedade da absorção da luz pela matéria.



**Figura 6:** Esquema demonstrativo do funcionamento de uma câmara de furo

Para cada ponto luminoso no objeto temos a radiação ou o espalhamento de raios em todas as direções. O furo no entanto faz uma seleção de um pequeno feixe de raios escolhidos. Vemos como a figura resulta naturalmente invertida e podemos calcular a proporção de triângulos para ver que o aumento vale:

$$M = -\frac{i}{o} \quad (6)$$

que resulta de tomar a distância entre dois pontos no objeto, fazer sua proporção com a distância  $o$ , e compará-la com a distância entre dois pontos correspondentes na imagem, relativa à distância  $i$ . O sinal negativo indica a inversão da imagem.

Vemos também que a nitidez sai de:

$$\frac{C}{o+i} = \frac{\Delta F}{o} \rightarrow C = \frac{o+i}{o} \cdot \Delta F \quad (7)$$

tendo como melhor valor  $\Delta F$ , o diâmetro do furo, que é um valor limite para o caso sem utilidade da tela estar encostada no furo. Vemos também que agora a imagem pode ser maior ou menor que o objeto. toda análise que fizemos nos leva a entender que a única maneira de ganhar nitidez é reduzir o tamanho do furo, mas isto leva a uma perda de luminosidade que é proporcional ao quadrado do diâmetro do furo. Daí que as imagens sejam pouco úteis, porém muito didáticas e válidas para realizar fotografias de objetos estáticos.

Vide p.ex. "Mostra de Fotografia", caderno N°9 do Núcleo de fotografia da FUNARTE, Rio de Janeiro-RJ, ano 198?.

**Experiência 5:** Observar a imagem de objetos brilhantes (lâmpadas fluorescentes ou de filamento) por meio de uma câmara de furo feita com um tubo que tem na frente um papel de alumínio furado por um alfinete, e no outro extremo do tubo, a 10 ou mais centímetros de distância um plástico difusor (nylon de embrulho). Proteger a imagem de luz parasita acrescentando um cone de cartolina preta entre a imagem e o observador.

**Experiência 6:** Projetar a imagem do sol por meio de um pequeno espelho de formato irregular ou por meio de um espelho coberto por uma cartolina com um triângulo de 1cm de lado, refletindo a luz sobre uma parede branca na sombra. Observe como a mancha luminosa vai mudando sua forma colocando uma folha branca no percurso desde o espelho até a parede.

É fácil e didático comparar o aproveitamento luminoso que entra numa câmara, como eficiência sobre toda a luz disponível ao redor do objeto. À distância  $R$  do objeto temos a energia toda distribuída numa esfera de área  $4\pi.R^2$ , sendo que a câmara aproveita apenas o que entra pela área de sua abertura,  $4\pi.\Delta F^2$  dando um coeficiente de eficiência igual a  $(\Delta F/R)^2$  que é sempre pequeno. Resulta fácil entender também que toda a luz que entra na câmara vai se distribuir na cena projetada, de maneira que, quando o aumento crescer, a área de projeção vai crescer com o quadrado, da distância ao objeto, (vide **Fig. 7**) limitando a observação de figuras grandes pela diluição da luminosidade. Todas estas propriedades poderão ser transferidas e adaptadas se for preciso ao caso de qualquer câmara ou projetor profissional.

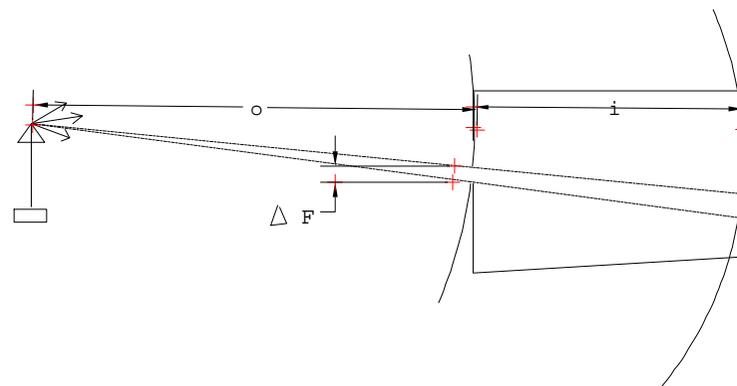


Figura 7: Distribuição da energia luminosa numa câmara de furo.

#### Visores:

O uso da Câmara de furo para fotografia é facilitado montando um visor simples porém representativo da maneira de funcionar da maioria dos visores que podemos encontrar num instrumento. Vemos na **Fig. 8** que podemos colocar um alfinete **1** no centro da caixa na parte posterior e dois alfinetes **2,3** na frente separados pela distância  $T$  que é igual à largura do filme utilizado. Colocando nosso olho próximo a o alfinete **1**, teremos os alfinetes **2 e 3** delimitando o campo no objeto. O caso vale pela igualdade dos ângulos, mas teremos um erro de paralaxe (diferença de pontos de vista) que passa a ser importante no caso de objetos próximos da câmara.

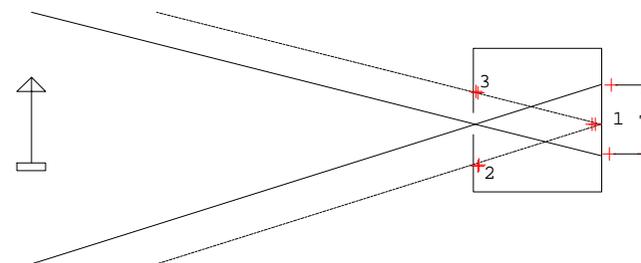


Figura 8: Semelhança de ângulos de visão na construção de um visor simples para uma câmara.

**Questão 11:** A luz do sol incide sobre uma fenda única de  $1\mu\text{m}$  de largura. Descreva qualitativamente como deve ser a figura de difração resultante.

A resposta que é dada pelos alunos, e que parece ser a considerada pelo texto do livro, se refere à presença de uma franja central branca e franjas coloridas laterais, começando pelo vermelho. O que me parece que o livro não considera é que o sol subtende uma abertura angular de 8 mrad. Desta maneira, toda a figura de difração sofre um borronio dessa magnitude, que pode misturar as cores.

A mistura seria total se:  $1,22 \lambda/a = 8 \text{ mrad}$ , ou seja, se o primeiro mínimo de difração para uma fenda de largura  $a$  no comprimento de onda  $\lambda$  tiver a mesma extensão angular que a dos raios solares. Para  $\lambda = 500 \text{ nm}$  teríamos isto com  $a = \dots\dots$

Problema 33: Um obstáculo circular produz a mesma figura de difração que um orifício circular de mesmo diâmetro (exceto nas vizinhanças de  $\theta=0$ ). Gotas de água transportadas pelo ar são exemplos de tais obstáculos. Quando observamos a Lua através de gotas de água suspensas .....