

Máquinas e componentes de *software* na aprendizagem matemática

André Santanchè¹, Cesar Augusto Camillo Teixeira^{1,2}

¹Núcleo de Pesquisa em Redes de Computadores / Núcleo de Pesquisa e Projetos em Educação a Distância – Universidade Salvador (UNIFACS) – Estrada de São Lázaro, 111 Federação, Salvador – Bahia – Brazil CEP 40.210-730

²Núcleo de Pesquisas em Computação – Faculdades COC (UNICOC) – Rua Abraão Issa Halack, 980, Ribeirânia, Ribeirão Preto - SP
santanche@unifacs.br, cesar.teixeira@coc.com.br

Abstract. *This work presents a project, developed in the scope of the Casa Mágica system, where software components are used to represent pieces of software that students can take, when developing abstract machines to simulate some mathematical phenomenon. The students are conducted to a reflection on mathematical bases in their works of conception, modification and analysis of the designed machines, acting as an active agent on the construction of his own knowledge. Moreover, the model offers subsidies to the development of collaborative projects.*

Resumo. *Este trabalho apresenta um projeto, desenvolvido sobre o sistema Casa Mágica¹, onde são utilizados componentes de software, preparados para representar peças utilizadas pelo aprendiz na construção de máquinas abstratas que simulam determinados fenômenos matemáticos. O aluno é conduzido a uma reflexão de fundamentos matemáticos, na medida em que se empenha na concepção, modificação e análise das máquinas projetadas, atuando como um agente ativo na construção de seu próprio conhecimento. Além disto, o modelo fornece subsídios para o desenvolvimento de projetos colaborativos.*

1. Introdução

Os componentes de *software* são formados por pequenas peças de programa, que encapsulam em um único bloco as características e o comportamento necessários para representar ou simular um objeto, seja ele concreto ou abstrato. Os componentes se destacam pela sua facilidade em se combinar, promovendo a estruturação de uma rede de trabalho, que resulta, por sua vez, em uma aplicação.

A comunicação entre eles é realizada sob a forma de mensagens trocadas entre si, e sua configuração é geralmente bastante simples, realizada de forma visual a partir da modificação de suas propriedades.

¹ Casa Mágica – Sistema projetado para o desenvolvimento de atividades de ensino-aprendizagem [SAN99].

Tais propriedades permitem ao usuário estruturar aplicações sobre uma camada abstrata, permitindo-o observar apenas objetos do seu domínio de conhecimento.

Suponhamos que um professor deseja criar uma simulação que ilustre a relação entre a vazão de uma torneira, com o aumento no nível da água em um balde, colocado embaixo desta torneira (figura 1). Para isto ele dispõe de componentes de *software* que se apresentam como: caixa d'água, torneira, balde, etc. As propriedades destes componentes – como nível de água da caixa ou capacidade do balde – são configuradas através de ferramentas visuais. Eles podem ser interligados de tal forma que, na medida que um usuário/aluno “abra o registro” do componente torneira, por exemplo, este envie mensagens ao componente balde, indicando um aumento mais acentuado no nível da água.

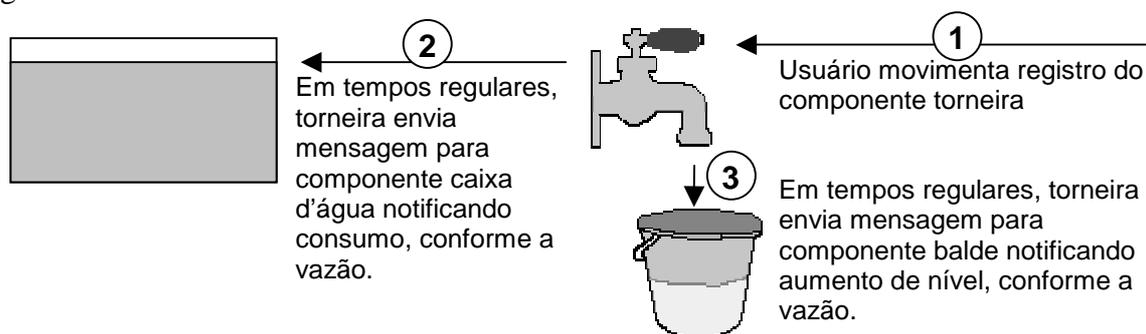


Figura 1. Simulação baseada em componentes de *software*.

Os detalhes de programação da simulação ficam escondidos dentro dos componentes de *software* e o usuário pode combiná-los e utilizá-los sem possuir nenhum conhecimento sobre como eles foram implementados internamente.

Jeremy Roschelle [Roschelle 98] faz uma interessante analogia com um sistema de som estéreo, onde compara os componentes às partes do som: toca-discos, caixas de som, amplificador, etc., que podem ser facilmente combinados sem que o usuário tenha qualquer conhecimento de eletrônica. O programa seria representado pelos circuitos internos, que ficam propositalmente escondidos.

Neste trabalho, os componentes de *software* representam peças de máquinas abstratas, que serão combinadas pelo aprendiz para a simulação de fenômenos matemáticos, durante o desenvolvimento de atividades de ensino-aprendizagem.

No tópico **Sistema Casa Mágica**, iniciamos apresentando o ambiente onde se desenvolvem as atividades descritas. Em seguida, no tópico **Máquinas e Matemática**, abordamos o uso da metáfora das máquinas no ensino das quatro operações básicas e das funções matemáticas. Esta é uma introdução conceitual para o projeto apresentado no tópico seguinte.

O tópico **Máquinas, componentes de *software* e aprendizagem** apresenta o projeto propriamente dito, no qual explanamos o uso de máquinas, construídas a partir da combinação de componentes de *software*, em atividades de ensino-aprendizagem.

2. Sistema Casa Mágica

A apresentação do sistema Casa Mágica [Santanchè 99] é de especial relevância neste texto, já que em seu ambiente é que foi desenvolvido o projeto em questão.

Casa Mágica constitui-se em um ambiente para construção de aplicações educacionais e desenvolvimento de atividades de ensino-aprendizagem, que combina os recursos de uma ferramenta de autoria com recursos que permitem a construção e exploração de modelos de estudo. Ele utiliza metáforas de espaços virtuais, denominados Locais, que podem apresentar-se de diversas formas (uma página de caderno, uma sala, uma paisagem em campo aberto, etc.), conforme o domínio da aplicação.

Nos Locais, são construídos modelos envolvendo um conjunto de componentes interligados entre si, que trabalham cooperativamente na execução de uma tarefa. Todo o processo de construção é realizado em um ambiente visual, que possibilita que o usuário experimente o funcionamento de cada parte, enquanto constrói o modelo. O exemplo apresentado na figura 1 ilustra um típico modelo que pode ser montado em um Local.

As propriedades dos componentes também são configuradas visualmente através de Visores – que consistem em janelas de modificação das propriedades, projetadas pelo autor ou professor. Cada modificação realizada no Visor reflete-se imediatamente no estado e apresentação do componente.

Os componentes se comunicam entre si através de mensagens e as conexões entre eles são estabelecidas na edição visual do modelo.

Desta forma, o sistema Casa Mágica configura um ambiente onde o processo de construção, modificação, ajuste e refinamento do modelo são também objeto de estudo.

Em conjunto com o sistema Casa Mágica, está sendo desenvolvido o projeto Anima [Santanchè 00], cujo objetivo é permitir a integração de componentes de diversos sistemas, independente de sua linguagem ou plataforma. Anima tem viabilizado a distribuição de componentes individuais e aplicações completas através da Internet, o que amplia consideravelmente a colaboração entre grupos.

3. Máquinas e Matemática

No ensino da matemática, a ‘máquina’ é uma poderosa metáfora, que atua como mediadora na compreensão de certos conceitos desta disciplina.

Lakoff e Johnson destacam a metáfora não apenas como “um dispositivo da imaginação poética e da alegoria retórica”, mas como algo que impregna, além da linguagem, também o pensamento e a ação [Lakoff 80].

Nilson José Machado destaca o importante papel que cumpre a metáfora no contexto do ensino: “... trata-se de evidenciar que a metáfora, uma figura de retórica que predomina na linguagem poética, mas que é importante, de uma maneira geral, na caracterização do estilo. É um instrumento essencial aos que se dedicam à Matemática, sobretudo ao seu ensino” [Machado 01]

As máquinas são bastante usadas no ensino da matemática, por exemplo, para a explicação das quatro operações básicas ou para ajudar no ensino de funções matemáticas.

Para explicar as quatro operações básicas, as máquinas são convencionalmente apresentadas como um artefato (figura 2) que recebe dois números de entrada e gera um número resultante na saída.

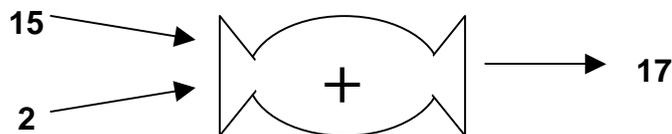


Figura 2. Representação de uma máquina de soma.

As funções matemáticas são apresentadas na forma de máquinas, como a ilustrada na figura 3. A ‘máquina-função’ (f) é apresentada em um único bloco, que recebe um valor (x) de entrada e retorna um valor resultante (y), calculado a partir da entrada ($f(x)$).

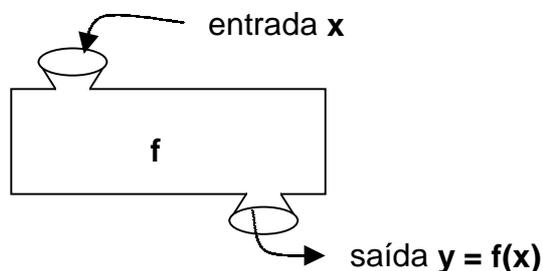


Figura 3. Ilustração do comportamento de uma função através de uma máquina

Neste projeto, realizamos uma mixagem da abordagem utilizada no ensino fundamental, onde operações mais simples são representadas sob a forma de máquinas, com a abordagem utilizada para o ensino das funções, cujas máquinas representam operações mais complexas. Estendemos o uso da metáfora das máquinas para a representação interna do funcionamento da função. Deste modo, cada elemento, responsável por um aspecto da ‘máquina-função’ pode ser analisado individualmente, em pequenas máquinas, utilizando a mesma metáfora da máquina do nível mais alto.

Vamos exemplificar como isso é feito, a partir de uma função de primeiro grau, tal como: $f(x) = 2x + 3$.

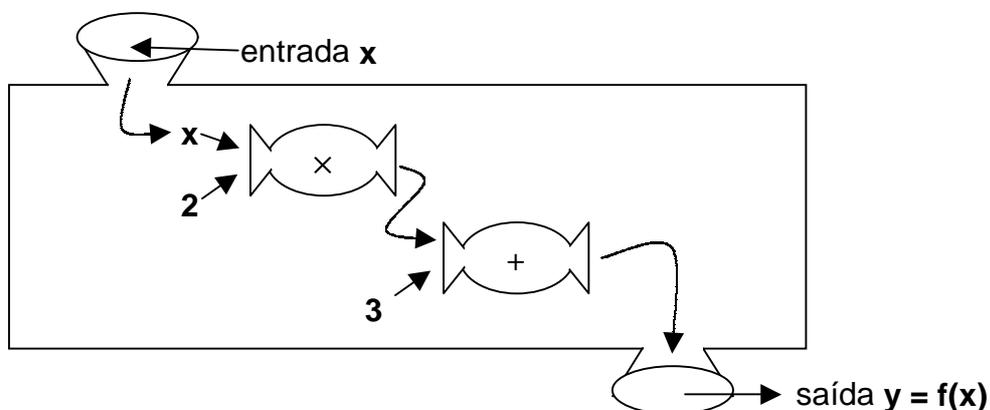


Figura 4. ‘Máquina-função’ composta por máquinas menores

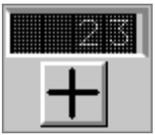
A primeira etapa para elaborar esta representação interna é detalhar a mecânica do que desejamos ilustrar. Tomemos então o seguinte detalhamento:

Para cada valor que a variável x pode assumir, a função calcula o seu dobro mais três unidades. Deste modo, se tomamos um ponto descrito pelo par $(x, f(x))$ e o deslocamos pelo gráfico que descreve a função, para cada unidade de variação x observamos que $f(x)$ varia exatamente duas vezes o seu valor. As três unidades que lhe são acrescentadas (+3), por outro lado, sempre representam um acréscimo constante.

As máquinas menores se interligam, de modo que o resultado de uma pode ser utilizado como entrada para a outra. A figura 4 ilustra este tipo de composição.

4. Máquinas, componentes de *software* e aprendizagem

O projeto que ora apresentamos traduz uma iniciativa de utilizar componentes de *software* para simular máquinas matemáticas, dentro do sistema Casa Mágica, a fim de propiciar aos alunos um ambiente onde possam construir, experimentar e refinar modelos que simulam estas máquinas. Iniciamos, projetando os seguintes componentes:

	<p>Multiplicação: realiza a multiplicação entre dois números recebidos de outros componentes.</p>	
	<p>Entrada numérica: recebe um número inteiro pelo teclado e o envia para outro componente.</p>	
<p>Constante numérica: neste componente fica registrado um valor inteiro constante.</p>		

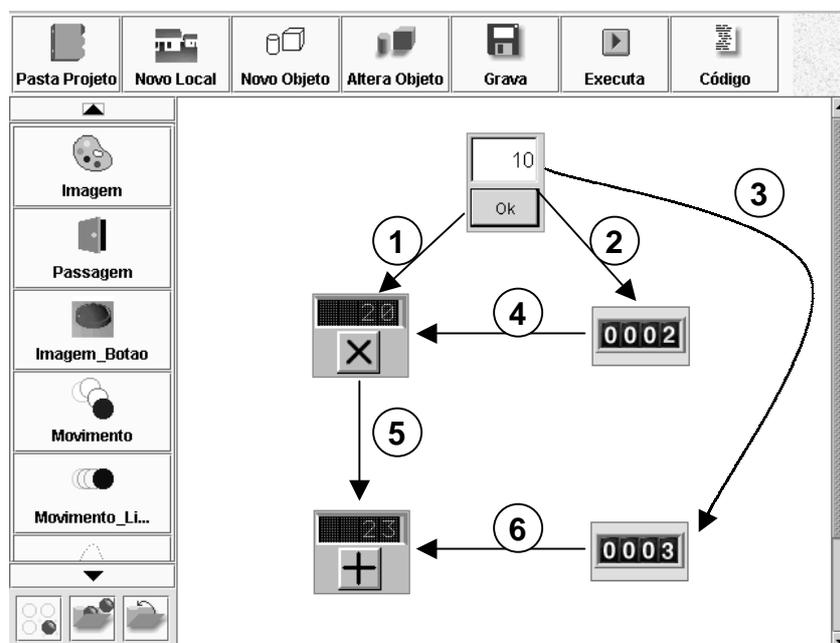


Figura 5. Simulação em Casa Mágica que apresenta a função $y=2x+3$.

Para ilustrar o modo como os componentes são utilizados em atividades de ensino-aprendizagem, a figura 5 apresenta um modelo exemplo, que pode ser construído

por alunos ou professores, indicando como os componentes se relacionam através da troca de mensagens.

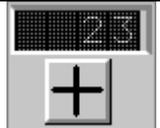
Quando o usuário digita um valor no componente de **entrada de dados**, este envia o valor para o componente de **multiplicação** (1) e notifica outros dois componentes, que representam constantes numéricas, do início do processo (2 e 3).

O componente de **multiplicação** recebe um número do componente **entrada de dados** (1) e, outro, do componente que representa a **constante numérica** dois (4). O resultado da multiplicação é enviado para o componente de **soma** (5), e este último também recebe o valor do componente que representa a **constante numérica** três (6). Finalmente, o componente de **soma** opera os dois valores recebidos e os apresenta.

Quando se estuda a construção de gráficos de função, é interessante a possibilidade de se realizar uma variação temporal no valor da variável de entrada (x), de modo que se possa observar como se comporta a curva da função calculada.

Por este motivo, elaboramos um segundo modelo exemplo capaz de explorar esta mesma função do ponto de vista dinâmico, ou seja, capaz de apresentar graficamente o modo como a função se comporta na medida em que x se desloca pelos valores do domínio.

O mecanismo de comportamento da função será simulado por um conjunto de componentes que realizam atividades muito simples. Esses componentes são intencionalmente projetados, para que possam ser facilmente combinados na construção de atividades mais complexas:

	Botão: ao ser clicado manda mensagem a outro componente.
	Relógio: dispara mensagens em ciclos regulares para outros componentes.
	Registro Fixo: registra um valor numérico constante, configurado pelo usuário. Cada vez que recebe uma mensagem, despacha outra mensagem com o valor de seu registro.
	Contador Variável: cada vez que recebe uma mensagem, incrementa um valor em seu contador interno e despacha uma mensagem para seu destino com este valor.
	Multiplicador: multiplica as mensagens recebidas (segundo o número indicado no painel) e as envia a outros componentes.
	Soma: ao receber mensagens com valores – soma-os, apresenta o resultado no painel (conforme pode ser observado no exemplo) e despacha mensagem com o valor somado.
	Par Ordenado: recebe dois valores numéricos, através de mensagens, e os despacha sob a forma de uma única mensagem composta.
	Plano Cartesiano: cada par ordenado que recebe, através de mensagem, utiliza para ir compondo uma curva no plano.

O objetivo deste segundo modelo (figura 6) é traçar um gráfico com uma função de primeiro grau, através da combinação de componentes. Ele se comporta da seguinte maneira:

- Ao ser clicado, o botão envia uma mensagem iniciando o relógio (1).
- Ao ser iniciado, o relógio envia mensagens, em tempos regulares, para três componentes: o registro constante (2), o multiplicador (3) e o contador (4).
- O registro de valor constante apenas despacha uma mensagem com valor três para o componente somador (7). Ele representa o valor constante três no cálculo da função.
- O contador, que recebe a mensagem diretamente do relógio (4), representa valores atribuídos à variável X da função.
- Cada mensagem do relógio é transformada pelo multiplicador em duas, e despachada para outro contador (5). Este contador, que conta o dobro de vezes, representa $2X$ na função.
- O resultado do contador dobrado também é enviado para o componente somador (6), e somado com o do valor constante três. Esta soma calcula o resultado da função: $2X+3$.
- Ambos os valores, o que representa X (resultado do contador) e o que representa f(X) (resultado do somador), são enviados para o componente que monta o par ordenado (8) e (9), e o envia para ser traçado no componente gráfico (10).

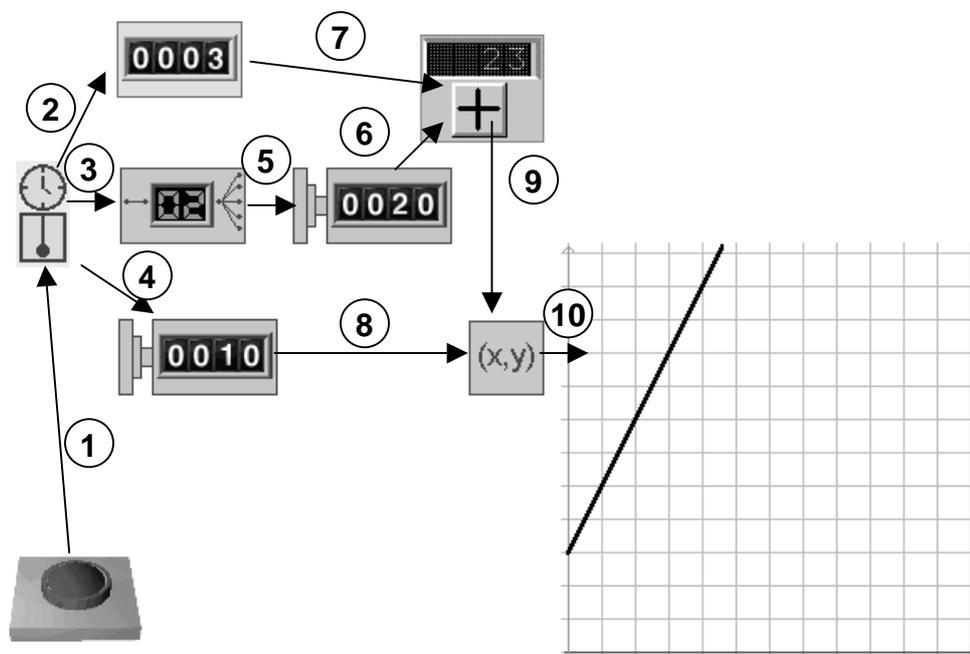


Figura 6. Outro modelo em Casa Mágica que apresenta a função $y=2x+3$.

Quando uma atividade como esta é desenvolvida em sala de aula, os alunos inicialmente são apresentados a cada componente individual e a seu comportamento típico, conforme descrição da tabela. O passo seguinte é elaborar um modelo que integra

componentes, através da troca de mensagens. No sistema Casa Mágica, isto é feito através de uma associação de três elementos: evento, mensagem e componente destino.

O evento é a origem de tudo, ele representa um acontecimento dentro do ambiente, tal como: um clique do mouse (evento de interação), a ocorrência de um ciclo no relógio (evento temporal) ou o recebimento de uma mensagem de outro componente.

No momento em que ocorre o evento, o componente envia uma ‘mensagem’ estabelecida pelo autor do modelo para o ‘componente destino’. No exemplo apresentado, o componente botão está configurado da seguinte maneira: evento – ‘botão clicado’; mensagem estabelecida – ‘ativa’; componente destino: ‘relógio’.

Quando os alunos se habituem com o processo de composição e com a lógica característica do conjunto de componentes que lhes foi apresentado, eles estão prontos para a construção de seus próprios modelos envolvendo máquinas.

Para cada aluno, ou grupo de alunos, são lançados projetos com graus de dificuldade crescentes. Em um certo estágio, eles estão prontos para construir um modelo como o ilustrado na figura 6 ou mesmo um mais complexo.

Note que, através desta atividade, a mecânica implícita por trás do cálculo de uma função é explicitada e pode ser observada, experimentada e modificada em todos seus estágios. O aluno pode executar o mecanismo em velocidades variadas e verificar, a cada passo, o comportamento de cada componente.

Através dos componentes de *software* decomusemos o mecanismo de uma função em partes, que podem ser entregues aos alunos para que a reconstruam.

Os alunos não irão necessariamente seguir o caminho apresentado. Eles podem chegar ao mesmo resultado por outros caminhos e combinando inclusive outros componentes. Além disto, os componentes preparados para esta atividade servirão para muitas outras, dado que são bastante genéricos.

5. Considerações Finais

O desenvolvimento deste projeto parte do princípio de que o uso dos componentes de *software* em atividades de ensino-aprendizagem, por si só, não são individualmente agentes de melhoria na educação, mas devem fazer parte de um projeto pedagógico mais amplo, onde estão envolvidos educadores conscientes de que o computador atua como um ambiente, sobre o qual os educandos constroem seus próprios modelos.

Deste modo, como acontece com toda nova tecnologia aplicada à educação, só poderão ser obtidos resultados concretos na medida em que estivermos dispostos a repensar a prática pedagógica em si e o modo como estabelecemos a relação professor-aluno, antes mesmo de fazermos uso destes meios tecnológicos.

O sistema Casa Mágica oferece recursos de intercâmbio das produções de um aprendiz com os outros, de tal modo que estes possam colaborar entre si no desenvolvimento de um projeto, como o das máquinas apresentado. Além disto, permite que os componentes e as produções sejam disponibilizados e executados pela *Web*, possibilitando a constituição de uma grande biblioteca de recursos.

Professores podem, por exemplo, organizar atividades onde equipes de alunos construam máquinas que simulam o comportamento de diversos tipos de função. Estas

produções podem ficar disponíveis na *Web* para que outros alunos as vejam, critiquem, modifiquem ou utilizem como base para um novo projeto.

References

Lakoff, George & Johnson, Mark. *Metaphors We Live By*. Chicago: University of Chicago Press, 1980.

Machado, Nilson José. *Matemática e Educação – Alegorias, tecnologias e temas afins*. São Paulo, Cortez, 2001.

Roschelle, Jeremy; Digiano, Chris; Pea, Roy; Kaput, Jim. *Educational Software Components of Tomorrow* (ESCOT), SRI International, 1998, [OnLine] http://www.escot.org/escot/External/MSET_ESCOT.html

Santanchè, André; Teixeira, Cesar Augusto Camillo. Integrando Instrucionismo e Construcionismo em Aplicações Educacionais através do Casa Mágica. V Workshop de Informática na Escola – XIX Congresso da SBC, 20 de julho de 1999, [Online] <http://www.brasil.terravista.pt/claridade/1622/publicado/WIE99.pdf>

Santanchè, André; Teixeira, Cesar Augusto Camillo. Anima: Sistema para integração de Objetos Educacionais. SBIE 2000 - Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, 8 de novembro de 2000. [Online] <http://www.brasil.terravista.pt/claridade/1622/publicado/SBIE2000.pdf>